

## Grundlagen

Fähigkeitskennzahlen dienen zur Beschreibung der aktuellen sowie der zukünftig zu erwartenden Leistung eines Prozesses.

Allgemein versteht man unter einer Fähigkeitskennzahl das Verhältnis aus Toleranz zur Streuung des Prozesses. Dabei bezieht man sich auf einen Bereich, bei dem 99,73% innerhalb der Spezifikation liegen ( $\pm 3\sigma$  bzw.  $\pm 3s$ ). Im Falle eines Herstellungsprozesses handelt es sich um die Prozessfähigkeit  $C_p$ . Zur Berücksichtigung einer Mittelwertverschiebung (Abweichung von der idealen Prozesslage), wird der Wert  $C_{pk}$  eingeführt, der immer schlechter oder gleich groß ist wie  $C_p$  ( $C_{pk} \leq C_p$ ). In der Regel gilt ein Prozess als fähig, wenn  $C_{pk} \geq 1,33$  ist.

Im folgendem werden für verschiedene Verteilungsformen die Beziehungen dargestellt:

## Normalverteilung

Die Normalverteilung ist anzuwenden, wenn Abweichungen vom Sollwert durch zufällige Einflüsse vorliegen, die auditiv wirken.

$$C_p = \frac{OTG - UTG}{6s} = \frac{T}{6s}$$

mit  
 $UTG$  : untere Toleranzgrenze  
 $OTG$  : obere Toleranzgrenze  
 $T$  : Toleranz  
 $\mu$  : Mittelwert

$$C_{pu} = \frac{\bar{x} - UTG}{3s} \quad C_{po} = \frac{OTG - \bar{x}}{3s}$$

$$C_{pk} = \text{Min}(C_{pu}; C_{po})$$

Ist der tatsächliche Mittelwert und die Standardabweichung bekannt, so ist  $\mu$  und  $\sigma$  anstelle von  $\bar{x}$  und  $s$  einzusetzen. Der  $C_{pk}$  - Wert kann über

$$C_{pk} = C_p (1 - |z|)$$

berechnet werden, mit

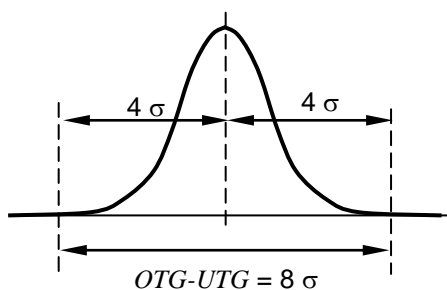
$$z = \frac{\bar{x} - (OTG + UTG) / 2}{(OTG - UTG) / 2}$$

für mittigen Sollwert

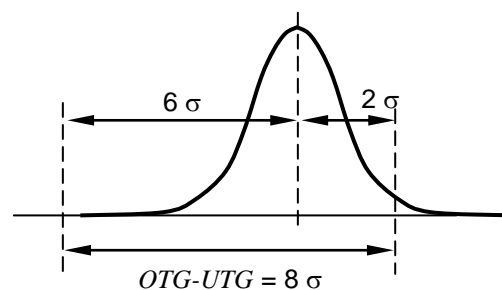
$$z = \frac{x_{soll} - \bar{x}}{(OTG - UTG) / 2}$$

für nicht mittigen Sollwert

Beispiele:



$$C_p = 1,33 \quad C_{pu} = 1,33 \quad C_{po} = 1,33 \quad C_{pk} = 1,33$$



$$C_p = 1,33 \quad C_{pu} = 2,0 \quad C_{po} = 0,67 \quad C_{pk} = 0,67$$

Der Vertrauensbereich ist definiert über:

$$C_p = C_p \left( 1 \pm \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2; v}^2}{n-1}} \right) \quad \text{mit } v = n-1$$

$$C_{pk} = C_{pk} \left( 1 \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{2(n-1)} + \frac{1}{c_{pk}^2 9n}} \right)$$

Literatur: Rinne, Statistische Methoden der Qualitätssicherung

## Lognormalverteilung

Die Lognormalverteilung ist anzuwenden, wenn die Verteilung links einseitig begrenzt ist, nur positive Werte vorkommen und Abweichungen vom Sollwert durch zufällige Einflüsse entstehen, die multiplikativ wirken.

$$C_p = \frac{\ln(OTG) - \ln(UTG)}{6s_{\log}}$$

$$C_{pu} = \frac{\bar{x}_{\log} - \ln(UTG)}{3s_{\log}} \quad C_{po} = \frac{\ln(OTG) - \bar{x}_{\log}}{3s_{\log}}$$

$$C_{pk} = \text{Min}(C_{pu}; C_{po})$$

$$\bar{x}_{\log} = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \right) \quad s_{\log} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \bar{x}_{\log})^2}$$

Liegen die Einzelwerte nicht vor, so kann näherungsweise  $\bar{x}_{\log}$  und  $s_{\log}$  aus dem Mittelwert und der Standardabweichung der Normalverteilung mit

$$\bar{x}_{\log} \approx \ln(\bar{x}) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{s^2}{\bar{x}^2}\right) \quad s_{\log} \approx \ln\left(1 + \frac{s^2}{\bar{x}^2}\right)$$

berechnet werden.

## Betragsverteilung 1. Art

Diese ist anzuwenden wie bei der Normalverteilung, jedoch wenn die Verteilung einseitig begrenzt ist und nur positive Werte vorkommen können. Der Fähigkeitsindex wird über eine allgemeingültige Formel berechnet:

$$C_{pk} = \frac{1}{3} u_{1-p}$$

$p$  = Anteil außerhalb der oberen Spezifikationsgrenze und  $u$  die Verteilungsform der standardisierten Normalverteilung.

Anstelle dieser Beziehung kann auch die weiter unten beschriebene Percentil-Methode verwendet werden, was bei kleinen Überschreitungsanteilen  $p$  sinnvoll ist.

## Betragsverteilung 2. Art (Rayleigh-Verteilung)

Die Anwendung dieser Verteilungsart ist z.B. für Unwuchten gegeben. Auch hier gilt die allgemeine Formel:

$$C_{pk} = \frac{1}{3} u_{1-p} \quad \text{mit Annäherung an die Weibull-Verteilung mit } b=2$$

## Verteilungsfreie Percentil-Methode

Bei nicht bekannter Verteilung ist die so genannte Percentil-Methode zu verwenden. Allgemein gilt:

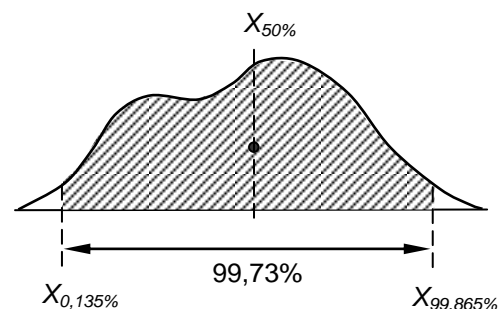
$$C_p = \frac{OTG - UTG}{X_{99,865\%} - X_{0,135\%}}$$

Für eine Normalverteilung entspricht der Nenner  $6s$ . Für eine nicht normal verteilte Form kann der Bezugsbereich ermittelt werden, wie in der ISO/TR 12783 beschrieben.

Analog zur Normalverteilung gilt:

$$C_{pu} = \frac{X_{50\%} - UTG}{X_{50\%} - X_{0,135\%}} \quad \text{und} \quad C_{po} = \frac{OTG - X_{50\%}}{X_{99,865\%} - X_{50\%}}$$

$$C_{pk} = \text{Min}(C_{pu}; C_{po})$$



## Verteilungsformen verschiedener Konstruktionsmerkmale

| Merkmal                   | Symbol | Verteilg. |
|---------------------------|--------|-----------|
| Längenmaß                 | —      | N         |
| Geradheit                 |        | B1        |
| Ebenheit                  |        | B1        |
| Rundheit                  |        | B1        |
| Zylinderform              |        | B1        |
| Linienform                |        | B1        |
| Flächenform               |        | B1        |
| Rauheit                   |        | B1        |
| Unwucht                   |        | B2        |
| Parallelität              | //     | B1        |
| Rechtwinkeligkeit         | ⊥      | B1        |
| Neigung / Winkeligkeit    | ∠      | B1        |
| Position                  |        | B2        |
| Koaxialität, Konzentrität |        | B2        |
| Symmetrie                 |        | B1        |
| Rundlauf                  |        | B1/B2     |
| Planlauf                  |        | B1        |

Die folgende Tabelle zeigt eine Übersicht, für welche Konstruktionsmerkmale welche Verteilung vorkommt:

N : Normalverteilung  
B1 : Betragsnormal 1. Art  
B2 : Betragsnormal 2. Art

## Prozessfähigkeitsuntersuchung (PFU)

Die Prozessfähigkeitsuntersuchung soll sich auf einen Beobachtungszeitraum von mindestens 20 Produktionstagen beziehen. So gehen Einflüsse der Maschine, des Materials, der Methode, des Bedieners und der Umgebung in die Betrachtung ein. Dabei zieht man in möglichst gleichmäßigen Intervallen Stichproben im Umfang von 3 – 5 x 25 Stichproben. Zur Darstellung der Ergebnisse werden die Prozessfähigkeitskoeffizienten  $C_p$  und  $C_{pk}$  verwendet. Die Berechnung erfolgt nach den vorher dargestellten Beziehungen. Die wahren Werte unterliegen einer Zufallsstreuung, weshalb ein Gesamtstichprobenumfang von 125 empfohlen wird.

## Maschinenfähigkeitsuntersuchung (MFU)

Maschinenfähigkeitsuntersuchungen werden über einen kurzen Zeitraum durchgeführt. Damit gehen hier im Wesentlichen die Maschine und Methode ein. Einflüsse unterschiedlicher Materialien, Bediener oder Umgebungsbedingungen werden nicht berücksichtigt und sollen daher möglichst konstant sein. Die Formeln sind die gleichen, wie für die Prozessfähigkeit. Die Ergebnisse werden jedoch als  $C_m$  und  $C_{mk}$  bezeichnet. Empfohlener Stichprobenumfang ist 50 (Mindestumfang 20). Man spricht dabei auch von einer Kurzzeitfähigkeitsuntersuchung. Daraus resultieren auch die im Allgemeinen höheren Anforderungen an die Maschinenfähigkeitskennwerte ( $C_m, C_{mk} \geq 1,67$ ).

Hinweis: Die Benennung  $C_m, C_{mk}$  ist in der neuen DIN/ISO Norm 21747 nicht mehr vorhanden, stattdessen werden die gleichen Benennungen  $P_p/P_{pk}$  oder  $C_p/C_{pk}$  verwendet.

## Messsystemanalyse mit ANOVA

Die Einflüsse werden bei der ANOVA nicht über den Range und einem Korrekturfaktor, sondern über eine Streuungszerlegung bestimmt (siehe hierzu auch Kapitel ANOVA). Dabei setzen sich die Einflüsse aus der Variation der Teile, der Prüfer, sowie der Wechselwirkung zwischen diesen zusammen. Der größte Vorteil der ANOVA ist die Berücksichtigung der Wechselwirkung, weshalb dieses Verfahren zu bevorzugen ist.

Um die Einflüsse getrennt beurteilen zu können, zerlegt man die Summe der quadratischen Abweichungen über alle Messwerte in Teilsummen und betrachtet deren Varianzen. Die klassische Darstellung im angelsächsischen Sprachraum ist:

|                         | Degress of Freedom<br>Anzahl Informationen | Sum of Squares | Mean Square<br>= Varianz<br>= SS/DF | F-Wert | Signifikanz<br>aus F-Vertlg. |
|-------------------------|--|----------------|-------------------------------------|--------|------------------------------|
|                         | DF   | SS             | MS                                  | F      | p-value                      |
| Teil                    | 9  | 1,181E-05      | 1,313E-06                           | 71,737 | 0,000                        |
| Prüfer                  | 2  | 3,640E-07      | 1,820E-07                           | 9,947  | 0,001                        |
| Teil*Prüfer (Wechselw.) | 18   | 3,293E-07      | 1,830E-08                           | 0,713  |                              |
| Wiederholbarkeit        | 30   | 7,700E-07      | 2,567E-08                           |        |                              |
| Total                   | 59   | 1,328E-05      |                                     |        |                              |

Die Darstellung der MSA ist:

|                  | Sym. |           | Sym. |      |
|------------------|------|-----------|------|------|
| Wiederholbarkeit | EV   | 9,080E-04 | %EV  | 18,2 |
| Prüfereinfluss   | AV   | 5,351E-04 | %AV  | 10,7 |
| Wechselwirkung   | IA   | 0,000E-01 | %IA  | 0,0  |
| Teilevariation   | PV   | 2,782E-03 | %PV  | 30,0 |
| Messsystem       | RR   | 1,054E-03 | %R&R | 21,1 |

$6 \cdot \sqrt{s^2_{EV}}$  (Zusammenhang ohne WW, Zahlen im Beispiel nicht direkt vergleichbar)

$RR = \sqrt{EV^2 + AV^2 + IA^2}$        $\%R\&R = \frac{RR}{T} \cdot 100\%$

Zunächst werden Quadratsummen der Tabellendaten horizontal und vertikal gebildet (Sum of Squares). Mit Hilfe der Freiheitsgrade *DF* entsteht hieraus die Varianz (Mean Square) und die Standardabweichung der Anteile. Ausgegeben wird hiervon der 6-fache Wert, was 99,73% der Teile beinhaltet. Über dem F-Wert als Verhältnis der Varianzen-Summen von Prüfer und Wiederholungen werden die Signifikanzen der Anteile bestimmt (in der Regel über den *p<sub>value</sub>*).

Bei der Angabe der Beispielzahlen ist zu berücksichtigen, dass zur Verrechnung mit und ohne Wechselwirkungen andere Anteile entstehen.

## Geschachtelte (nested) ANOVA

Ist es nicht möglich, dass die Teile nach den jeweiligen Messungen ihre Eigenschaften behalten, z.B. bei zerstörenden Prüfungen, so ist eine sogenannte geschachtelte ANOVA anwendbar. Das Ergebnis der Teilevariation ist mit den Prüfern vermengt. Deshalb gibt es hier die Ausgabe Teil (Prüfer), was nicht mit der Wechselwirkung WW der normalen ANOVA zu verwechseln ist. Eine WW kann hier nicht ausgewertet werden.

Man erwartet für die Wiederholbarkeit, dass die Gruppen von Teilen vergleichbare Eigenschaften haben (gleiche Chargen).

|                  | DF | SS        | MS        | F      | p-value |
|------------------|----|-----------|-----------|--------|---------|
| Prüfer           | 2  | 3,640E-07 | 1,820E-07 | 0,405  | 0,671   |
| Teil (Prüfer)    | 27 | 1,214E-05 | 4,497E-07 | 17,521 | 0,000   |
| Wiederholbarkeit | 30 | 7,700E-07 | 2,567E-08 |        |         |
| Total            | 59 | 1,328E-05 |           |        |         |

## Messsystemanalyse analog VDA 5 bzw. ISO 22514-7

Im Verfahren nach VDA 5 bzw. ISO 22514-7 spricht man von Messunsicherheiten, deren Anteile analog der ANOVA berechnet werden. Hier betrachtet man jedoch nicht die Varianzen, sondern die Standardabweichungen, die über das Symbol  $u$  beschrieben werden. Grundsätzlich gilt aber:

**Messprozess = Messunsicherh. Gerät + Messunsicherh. Vorrichtung&Prüfer**

Die wichtigsten Messunsicherheiten zeigt folgende Übersicht:

| Anteil                     | Symb.     | Berechnung  |  |
|----------------------------|-----------|---|--|
| Auflösung der Anzeige      | $u_{RE}$  | $= RE/\sqrt{12}$                                      | $RE$ Auflösung   |
| Systematische Abweichung   | $u_{Bi}$  | $=  \bar{x}_g - x_m /\sqrt{3}$                        | $\bar{x}_g$ angez. Mittelw.<br>Normal<br>$x_m$ Referenzwert Normal |
| Wiederholbarkeit am Normal | $u_{EVR}$ | $= \sqrt{\frac{1}{n_n - 1} \sum (x_i - \bar{x}_g)^2}$ | $x_i$ Messw. i-te Wiederh.<br>$n_n$ Anzahl Wiederh.                |

Hieraus wird der Geräteeinfluss ( $MS = \text{MessSystem}$ ) als Zwischenergebnis gebildet:

$$u_{MS} = \sqrt{u_{BI}^2 + \max\{u_{RE}^2; u_{EVR}^2\}}$$

Der Umfang der Vorrichtung und des Prüfers ist:

| Anteil                      | Symb.     | Berechnung         |                                  |
|-----------------------------|-----------|--------------------|----------------------------------|
| Wiederholbarkeit Prüfobjekt | $u_{EVO}$ | $= \sqrt{MS_{EV}}$ | $MS_{EV}$ Varianz Wiederholbark. |
| Vergleichbarkeit Prüfer     | $u_{AV}$  | $= \sqrt{MS_{AV}}$ | $MS_{AV}$ Varianz Prüfer         |
| Wechselwirkung              | $u_{IA}$  | $= \sqrt{MS_{IA}}$ | $MS_{IA}$ Varianz Wechselwirkg.  |

Es sind mindestens 10 Messobjekte zu verwenden, die möglichst über den Toleranzbereich verteilt sind. Diese werden von den Prüfern mindestens zweimal vermessen. Analog Gage R&R Verfahren 3 ist auch nur ein Prüfer möglich, wenn die MFU/PFU nur von einem Prüfer durchgeführt wird.

Insgesamt wird der Messprozess bestimmt durch:

$$u_{MP} = \sqrt{u_{BI}^2 + \max\{u_{RE}^2; u_{EVR}^2; u_{EVO}^2\} + u_{AV}^2 + u_{IA}^2}$$

Analog dem %R&R wird hier auf die Toleranz bezogen und es ergibt sich die Kennzahl

$$\%Q_{MP} = 100\% \cdot \frac{k \cdot 2 \cdot u_{MP}}{Tol} \leq 30\% \quad \text{mit } k=2 \text{ für Vertbr. } 95,45\%, \text{ bzw. } k=3 \text{ für } 99,73\%$$

In manchen Bereichen wird auch  $\%Q_{MP} \leq 20\%$  gefordert. Weitere Messunsicherheiten z.B. Kalibrierung, Linearität, Stabilität, Temperatur, etc. können dem VDA Band 5 entnommen werden und sollen hier nicht berücksichtigt werden.

## Verringerung der Messunsicherheit durch Wiederholungen

Für den Fall, dass die Anforderung nicht erreicht wird, aber kein alternatives Messmittel zur Verfügung steht, gibt es die Möglichkeit der Wiederholungen. Durch mehrfache Messungen und Mittelwertbildung kann eine Verringerung der Messunsicherheit erzielt werden. Zufällige Messunsicherheiten lassen sich bei m-Wiederholungen um den Faktor  $\sqrt{m}$  verringern. Der Anteil  $u_{EVO}$  wird dann zu

$$u_{EVO}^* = \frac{u_{EVO}}{\sqrt{m}}$$

Ist aus bisherigen Messungen  $u_{EVO}$  bekannt, so kann in umgekehrter Richtung die notwendige Anzahl Wiederholungen bestimmt werden, um die geforderte Messunsicherheit zu erreichen.

## Messmittelfähigkeit für diskrete Merkmale

Unter diskreten oder attributiven Merkmalen versteht man hier Messungen, die als Ergebnis nur gut oder schlecht kennen (zwei Ausprägungen). Dies ist in vielen Fällen z.B. bei subjektiven Beobachtungen gegeben.

Im Verfahren **Gage R&R für diskrete Merkmale** lässt man mehrere Prüfer jeweils zweimal verschiedene Teile „messen“ durchführen. Das könnten z.B. Messungen an Teilen sein, die entweder intakt, oder fehlerhaft sind. Gibt es innerhalb eines Prüfers, oder zwischen verschiedenen Prüfern Abweichungen, so werde diese gezählt. Das Verhältnis unterschiedlicher Ergebnisse zu der Anzahl Teile soll nicht größer als 10% sein.

In der sogenannten **Cohen's Kappa Methode** lässt man die Prüfer 3mal ein Teil messen (Ergebnis als 0 oder 1). Hier geht es nicht nur um die Abweichungen zwischen den Prüfern, sondern um die Abweichungen zu den tatsächlichen Werten (Referenzmessung als wahrer Zustand der Teile).

Aus dem Verhältnis der Abweichungen zu den Referenzwerten werden Score-Werte gebildet, die gegen die Vertrauensbereiche aus der Binomial-Verteilung zu testen sind. Aufgrund des Bezugs zu einem Referenzwert ist diese Methode aussagekräftiger, als die Methode nach Gage R&R diskret. Weitere Informationen sind der MSA 4 zu entnehmen.

Im sogenannten **Bowker-Verfahren** können drei Ausprägungen berücksichtigt werden, z.B. gut, schlecht und zusätzlich das Ergebnis „uneinheitlich“. Mindestens

40 verschiedene Prüfobjekte werden von 2 Prüfern je 3mal geprüft. Jedes der 40 Ergebnisse wird in drei Klassen aufgeteilt:

Klasse 1 : alle 3 Wiederholungen ergaben das Ergebnis gut

Klasse 2 : innerhalb der 3 Wiederholungen abweichende Ergebnisse

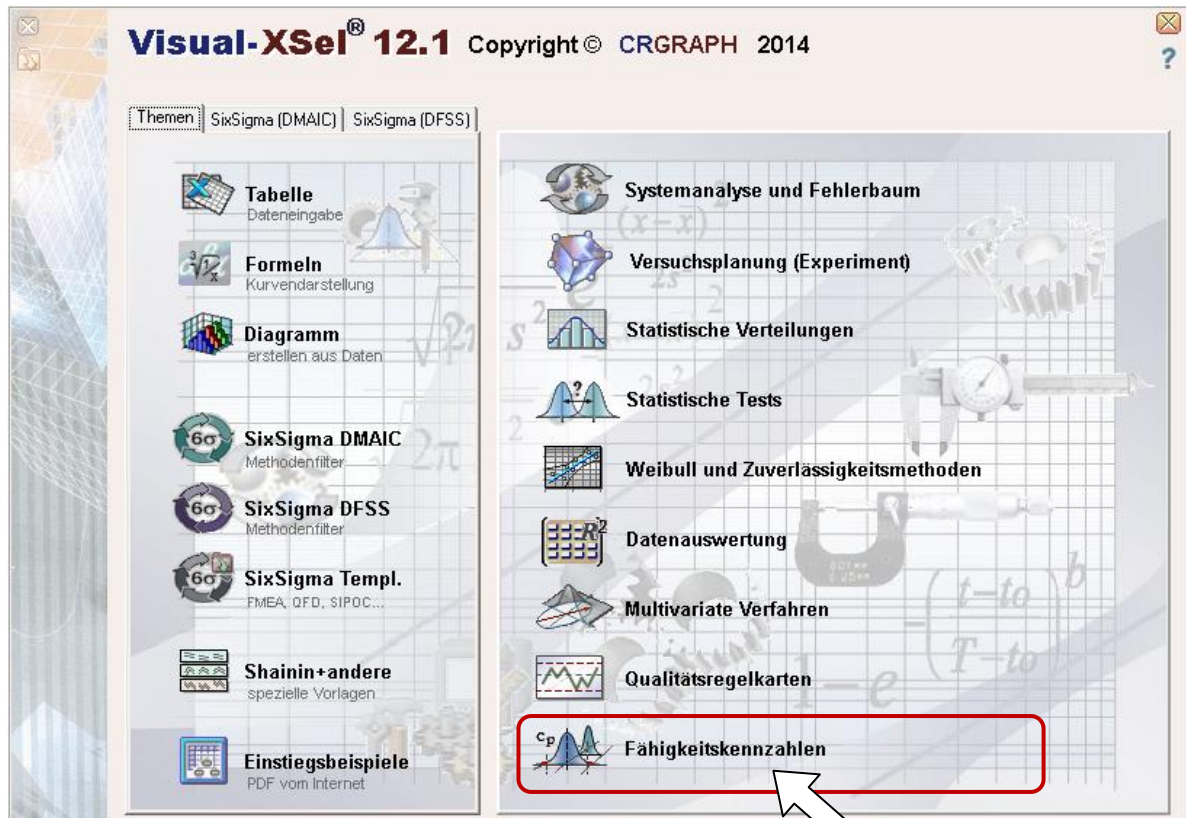
Klasse 3 : alle 3 Wiederholungen ergaben das Ergebnis schlecht.

Das Ergebnis in Form einer Kreuztabelle wird mit Hilfe der  $\chi^2$ -Verteilung auf Symmetrie getestet. Weitere Informationen sind dem VDA-Band 5 zu entnehmen.

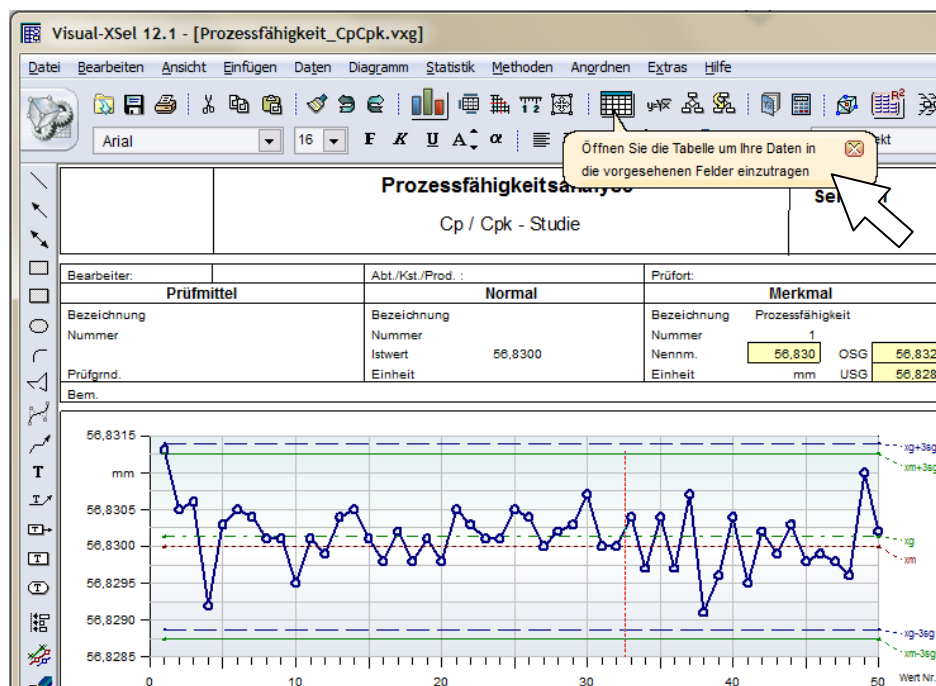


## Anwendung in Visual-XSel® 12.1

[www.crgraph.de/XSel12Inst.exe](http://www.crgraph.de/XSel12Inst.exe)



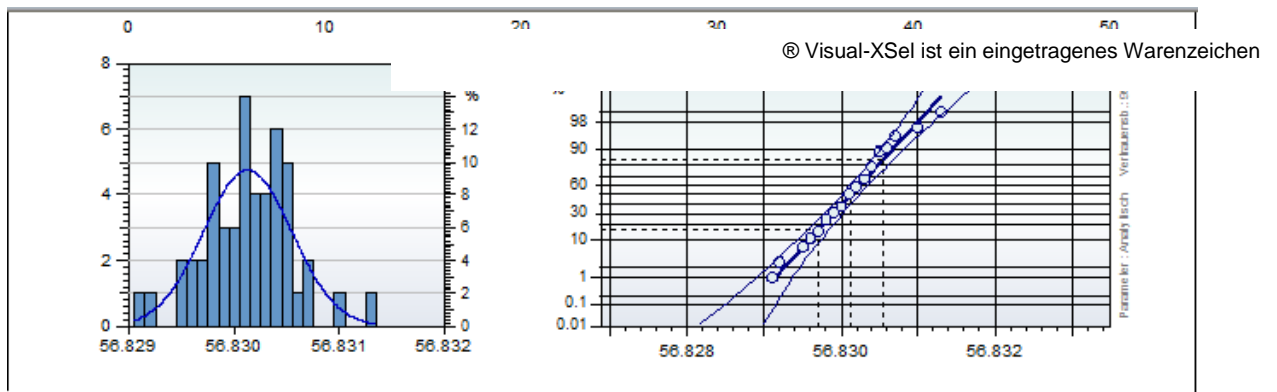
Unter der Rubrik **Fähigkeitskennzahlen** können eine Reihe von Templates geöffnet werden. Die wichtigste ist die Datei *Prozessfähigkeit\_CpCpk.vxg*. Nach dem Laden der Datei folgen Sie der Sprechblase zum Öffnen der Tabelle:



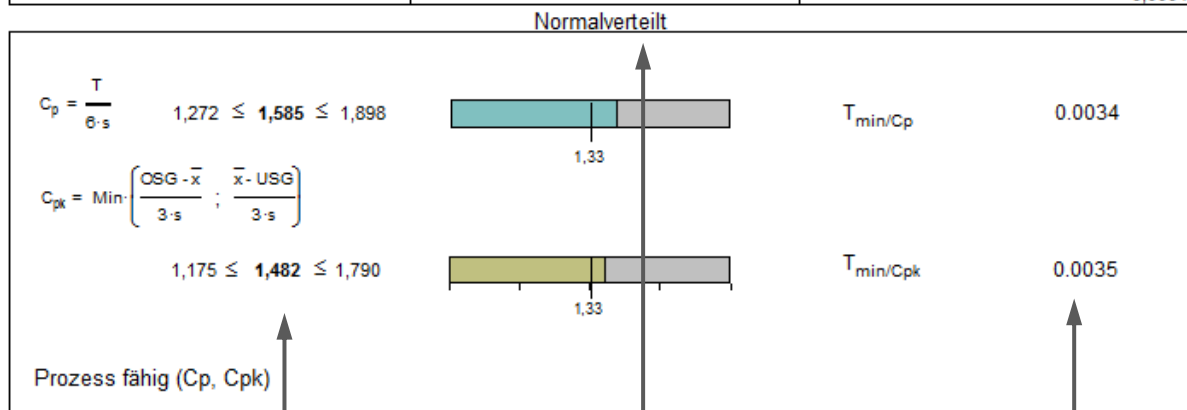
Geben Sie die auszuwertenden Daten in Spalte B ein, am besten über die Option „Einfügen“ innerhalb der Sprechblase.

|    | A   | B       | C                 | D | E    | F                | G       |
|----|-----|---------|-------------------|---|------|------------------|---------|
| 1  | Nr. | Daten   |                   |   |      |                  |         |
| 2  | 1   | 56,8313 | Bearbeiter:       |   |      | Abt./Kst./Prod.: |         |
| 3  | 2   | 56,8295 |                   |   |      |                  | Normal  |
| 4  | 3   | 56,8305 |                   |   |      | Bezeichnung      |         |
| 5  | 4   | 56,8304 |                   |   |      | Nummer           |         |
| 6  | 5   | 56,8301 |                   |   |      | Istwert          | 56,8300 |
| 7  | 6   | 56,8305 | Prüfgrnd.         |   |      | Einheit          |         |
| 8  | 7   | 56,8304 | Bem.              |   |      |                  |         |
| 9  | 8   | 56,8301 |                   |   |      |                  |         |
| 10 | 9   | 56,8301 | Signifikanzniveau |   | 0,05 |                  |         |
| 11 | 10  | 56,8295 |                   |   |      |                  |         |
| 12 | 11  | 56,8301 |                   |   |      |                  |         |
| 13 | 12  | 56,8299 |                   |   |      |                  |         |

Nicht zu vergessen sind weitere Angaben in den gelb unterlegten Feldern rechts. Danach erscheint die Sprechblase zum Starten des Makros, das auch mit F9 ausgeführt wird.



| Spezifikationswerte |         | Gemessene Werte |         | Statistische Werte |         |
|---------------------|---------|-----------------|---------|--------------------|---------|
| $x_m$               | 56,8300 | $x_{min}$       | 56,8291 | $\bar{x}$          | 56,8301 |
| T                   | 0,0040  | $x_{max}$       | 56,8313 | $\bar{x} - 3s$     | 56,8289 |
|                     |         | R               | 0,0022  | $\bar{x} + 3s$     | 56,8314 |
|                     |         | $n_{ges}$       | 50      | $6s$               | 0,0025  |
|                     |         |                 |         | s                  | 0,0004  |



$C_p / C_{pk}$  mit Vertrauensbereich

Angabe, ob normalverteilt, ansonsten weitere Templates verwenden

Nutzbarer oder notwendiger Toleranzbereich

## Cp-Bestimmung durch einfache Diagrammdarstellung

In vielen Fällen ist kein Aufruf eines Templates notwendig. Die Cp-Bestimmung ist auch über eine reine Diagrammdarstellung möglich, z.B. über ein Histogramm. Die beste Vorgehensweise ist über das Startbild **Diagramm** aufzurufen (danach erscheinen weitere Sprechblasen).

The process is shown in several steps:

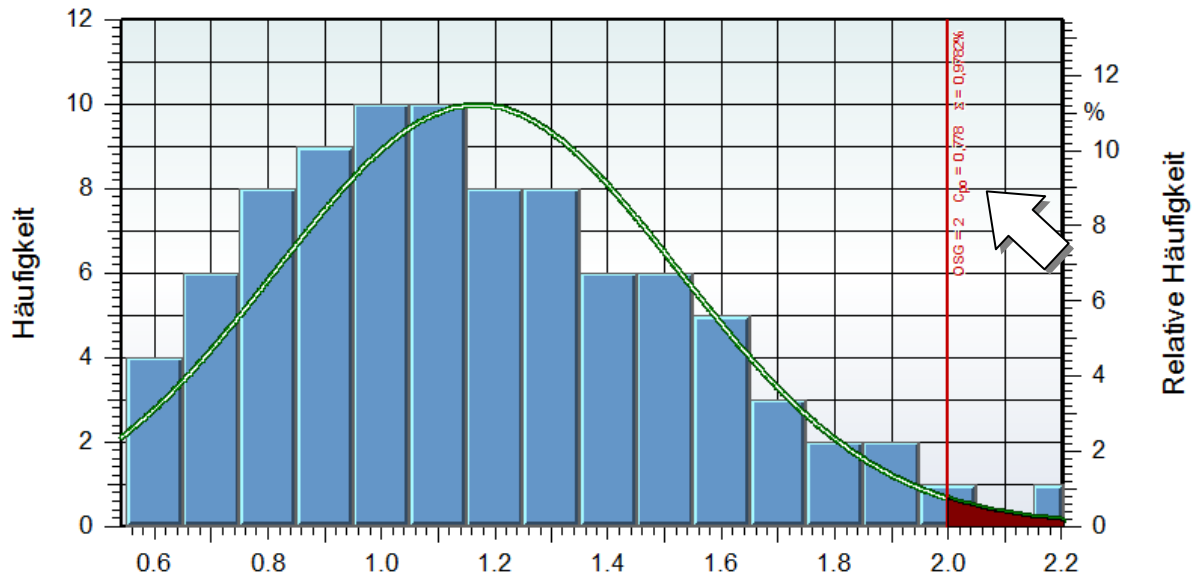
- Menu Selection:** The user selects 'Diagramm erstellen aus Daten' in the 'Diagramm' menu.
- Data Entry:** A spreadsheet shows data in columns A, B, C, and D. A dialog box prompts: 'Löschen Sie die Beispieldaten und geben Ihre Daten in die markierten Felder ein' with buttons 'Löschen' and 'Löschen+Einfügen'.
- Confirmation:** A dialog box asks: 'Datenübertragung korrekt? Diagramm aktualisieren hier.'
- Chart Selection:** The 'Diagramm' menu is open, showing options like 'Linie', 'Säulen', 'Kuchen', 'Histogramm', 'Weibull', 'Boxplot', 'Pareto', 'Nur Text', and 'Alle Attribute'. 'Histogramm' is selected.
- Configuration Dialog:** The 'Häufigkeitsverteilung' dialog is shown with the following settings:
  - Klassenbreite: 0,1
  - Darstellung: Standard
  - Verteilungskurve:  Verteilungskurve,  Dichtefunktion,  Angabe von Mittelwert und Wahrscheinlichkeiten
  - Wahrscheinlichkeiten:  Häufigkeiten aus Anzahl W,  Einzelhäufigkeiten in 2. Spalte vorgeben
  - Verteilungstest: kein Test (P-value < 0,05 : Daten sind nicht normalverteilt)
  - Limits: 2,00 (with 'Löschen' button)
  - Überschreitungsanteil:  über Funktion berechnen,  aus Daten ausgezählt (z.B. bei nicht normalv. Daten)

Auswahl einer geeigneten Verteilung (hier als Beispiel Betrag normal).

Limit hier eintragen. Nur hiermit wird auch ein Cp-Wert angezeigt.

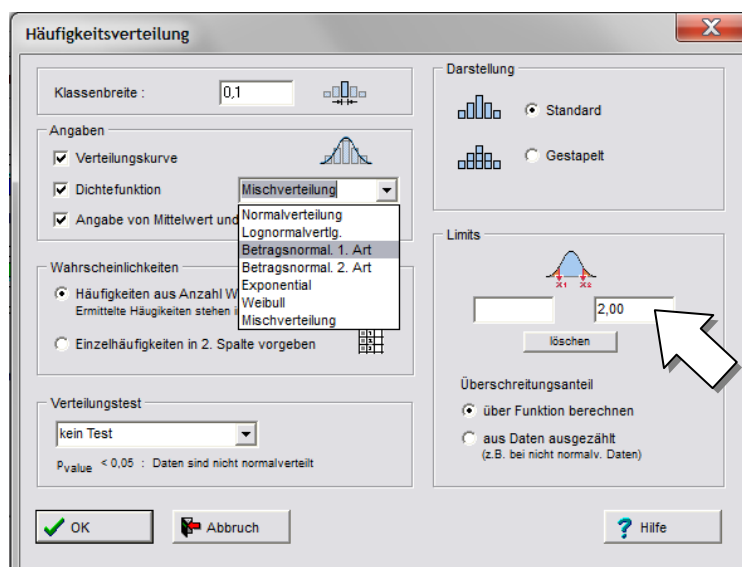
$\bar{x} = 1,16884616$   $s = 0,35601443$   $KlassBr = 0,1$

$$h = 100\% \cdot KlassBr \cdot \left[ \frac{1}{s \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x - \bar{x})^2}{2 \cdot s^2}} + \frac{1}{s \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x + \bar{x})^2}{2 \cdot s^2}} \right]$$



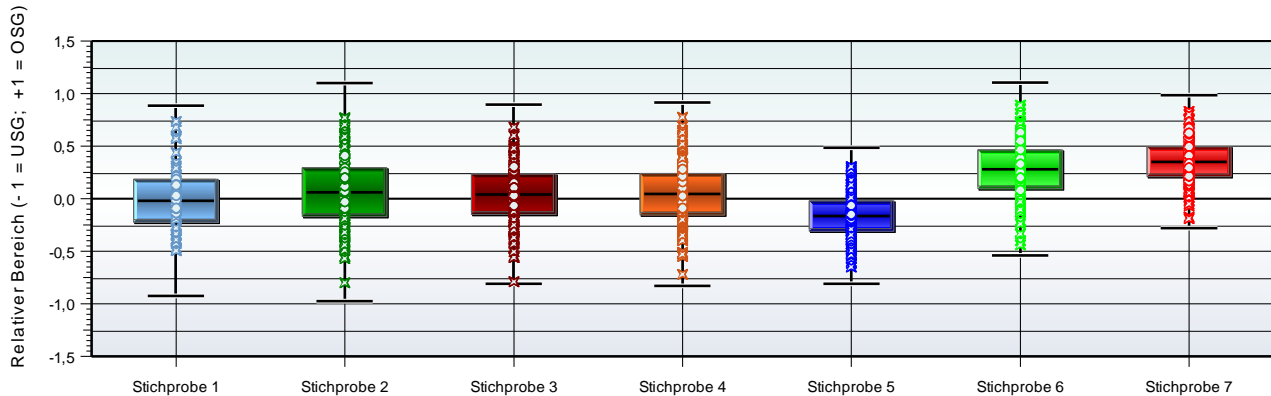
Im Diagramm wird senkrecht das Limit als OSG (obere Spezifikations-Grenze) mit dem dazugehörigen  $C_{po}$ -Wertes angezeigt. Über die rechte Maustaste kann dieses Limit nachträglich geändert werden. Hinweis: Bei Betragsnormalverteilung gibt es in der Regel nur eine obere Grenze. Es kann aber auch eine untere definiert werden und es gibt zusätzlich einen  $C_{pu}$ -Wert.  $C_{pk}$  ist dann, wie unter Grundlagen beschrieben, der kleinere von beiden.

Vom Hauptfenster aus kann man über die Ikone Diagramm oder über den Menüpunkt Diagramm/Diagrammtyp wieder in die Dialogbox der Einstellungen gelangen. Anstelle die Überschreitungsanteile aus der Funktion zu bestimmen, ist es auch möglich diese direkte auszuzählen. Hierfür sollten aber genügend große Stichproben vorliegen.



## Schnelle Cpk – Berechnung mehrerer Datenreihen

Mit Hilfe der Templates *Maschinenfähigkeit\_Cmk\_Schnelltest.vgx* und *Maschinenfähigkeit\_Cmk\_Schnelltest.vgx* ist es möglich mehrere (max. 16) Datenreihen auf einmal auszuwerten.



|              | xm     | s      | USG    | OSG    | Min    | Max    | Cp    | Cpk   | Cpk limit* | p-value | n   | Hinweis:   |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|------------|---------|-----|--|
| Stichprobe 1 | 15,172 | 0,0378 | 15,050 | 15,300 | 15,113 | 15,267 | 1,104 | 1,081 | 1,442      | 0,187   | 50  | Erklärung Cpk_limit* auf Seite 2.<br>Ist p-value < 0,05, so ist die Normalverteilung abzulehnen.<br>Weitere Info auf Seite 2 |
| Stichprobe 2 | 15,183 | 0,0433 | 15,050 | 15,300 | 15,075 | 15,271 | 0,963 | 0,903 | 1,354      | 0,697   | 100 |  |
| Stichprobe 3 | 15,180 | 0,0355 | 15,050 | 15,300 | 15,076 | 15,260 | 1,175 | 1,125 | 1,333      | 0,485   | 125 |  |
| Stichprobe 4 | 15,180 | 0,0364 | 15,050 | 15,300 | 15,085 | 15,272 | 1,144 | 1,095 | 1,333      | 0,638   | 125 |  |
| Stichprobe 5 | 15,155 | 0,0269 | 15,050 | 15,300 | 15,094 | 15,213 | 1,550 | 1,298 | 1,333      | 0,877   | 125 |  |
| Stichprobe 6 | 15,210 | 0,0342 | 15,050 | 15,300 | 15,120 | 15,286 | 1,217 | 0,874 | 1,333      | 0,938   | 125 |  |
| Stichprobe 7 | 15,219 | 0,0264 | 15,050 | 15,300 | 15,151 | 15,279 | 1,579 | 1,023 | 1,333      | 0,959   | 125 |  |

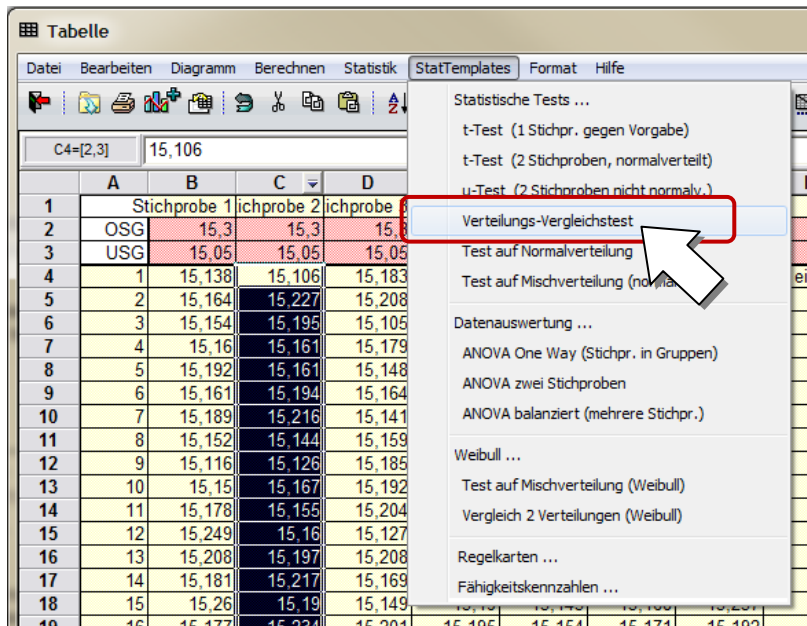
Wenn die Stichprobe zu klein ist, besteht weniger Vertrauen in den ermittelten Cpk-Wert. Es ist deshalb sinnvoll hier das geforderte Limit über folgende Beziehung hochzusetzen (Bezug ist Cpk = 1,33 bei  $n_{soll}=125$ ):

$$c_{pk} \geq 1,33 \frac{\left(1 + \frac{1}{2n}\right) \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1,\alpha}}}}{\left(1 + \frac{1}{2n_{soll}}\right) \sqrt{\frac{n_{soll}-1}{\chi^2_{n_{soll}-1,\alpha}}}}$$

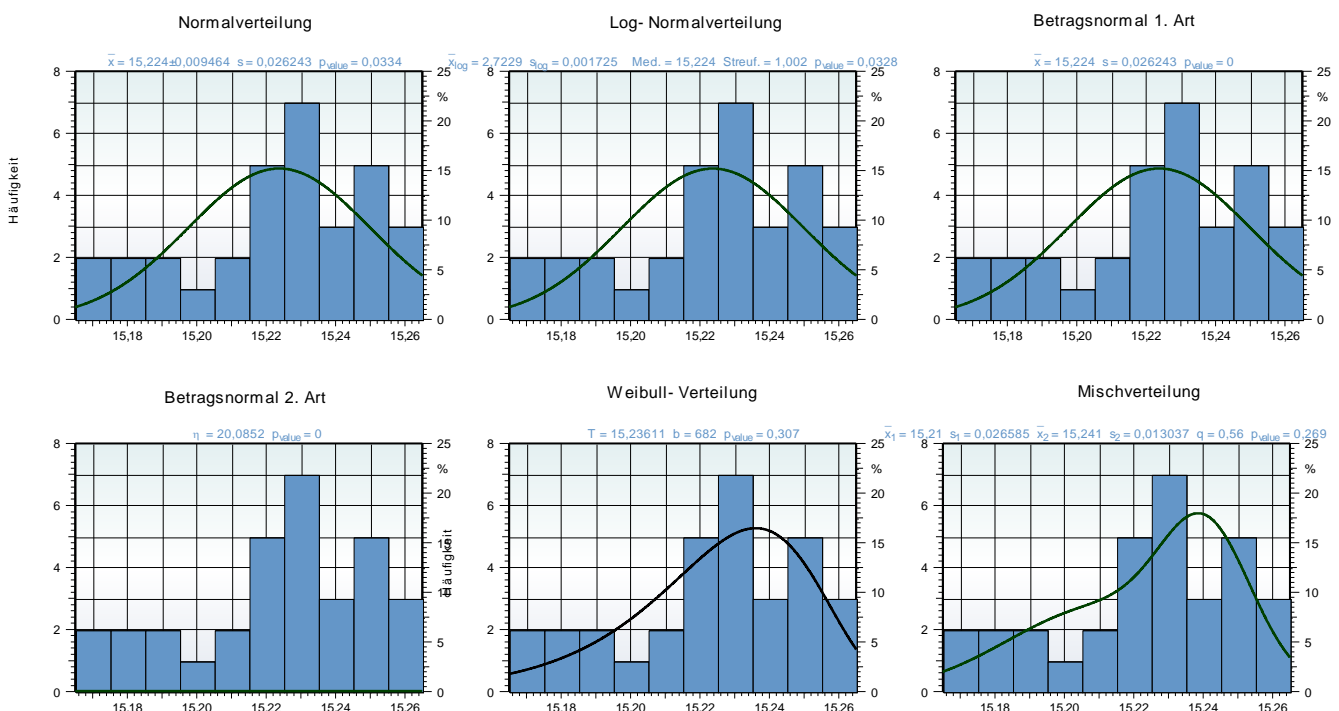
Quelle VDI/VDE 2645.

Nicht zu verwechseln ist diese Vorgehensweise mit dem eingangs gezeigten Vertrauensbereich. Dort wird der tatsächliche aus den Daten berechnete Cpk Wert betrachtet, hier nur die Anforderung in Abhängigkeit der Stichprobengröße.

Für den Fall von nicht normalverteilten Daten, Datenspalte in Tabelle T1 ab Zeile 4 markieren und Menüpunkt *StatTemplates/Verteilungs-Vergleichstest* wählen.

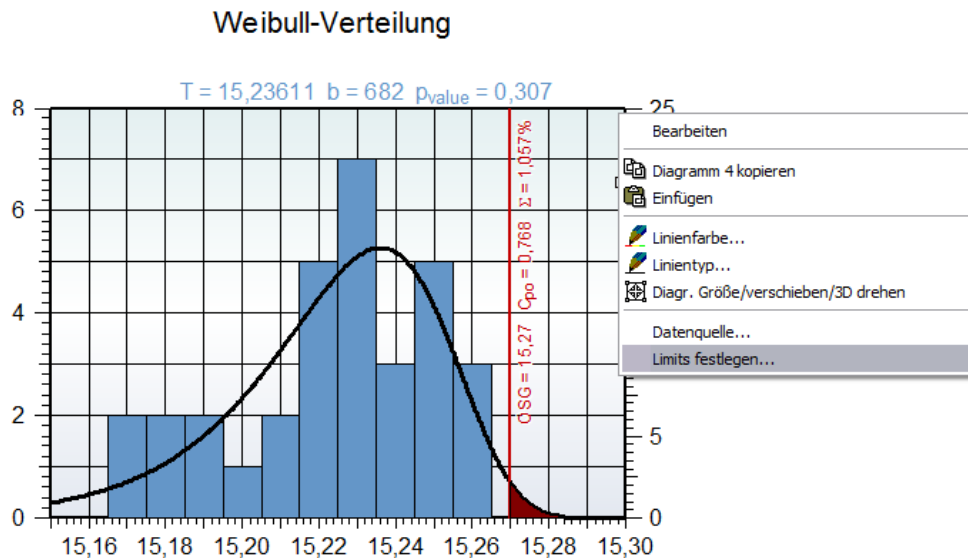


Nach erfolgter Datenübertragung und Start des Makros werden 6 Verteilung gegenübergestellt:



Die Bewertung, welche die passendste Verteilung ist, erfolgt über den sogenannten Anderson-Darling Test mit Ausgabe des  $p_{\text{value}}$ . Ist  $p_{\text{value}} < 0,05$ , ist die Hypothese, dass die Daten der gezeigten Verteilung entsprechen, abzulehnen. Je größer der  $p_{\text{value}}$  ist, desto näher liegen die Daten an der Verteilung. In diesem Beispiel ist die Weibull-Verteilung die geeignetste.

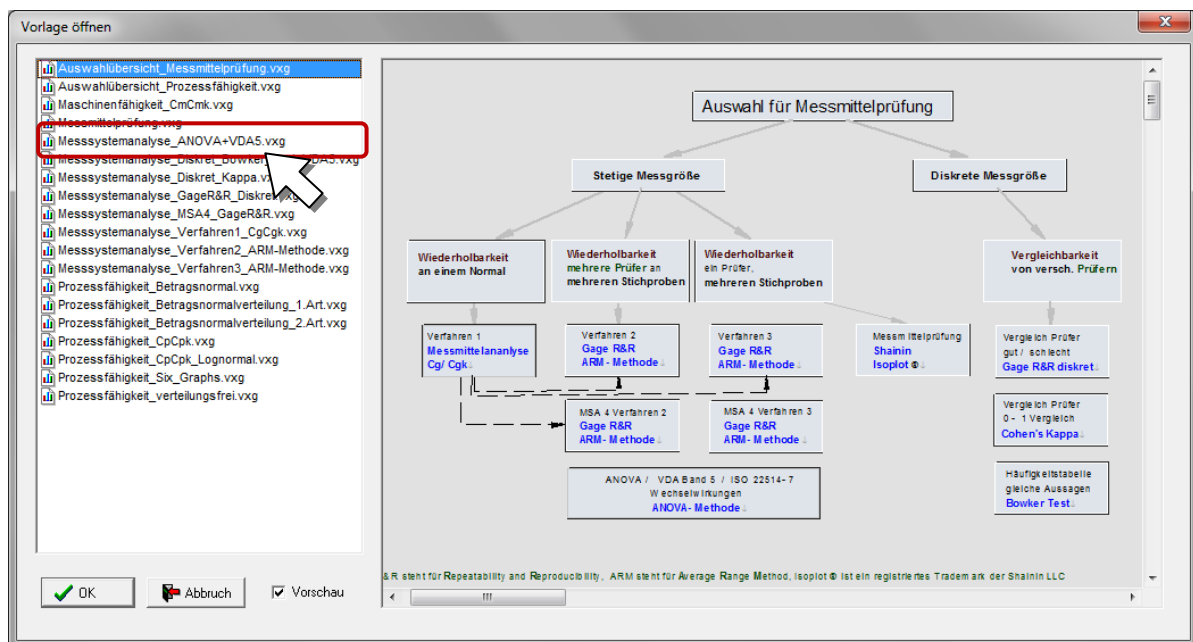
Man könnte nur die Datenreihe wiederum in das Template *Prozessfähigkeit\_Weibull.vxd* übertragen. Es gibt aber auch noch eine direkte Methode, sofort die Fähigkeit zu bestimmen. Klicken Sie zunächst auf das Weibull Diagramm um dann über den Menüpunkt Diagramm/Achsenbereich Start und Ende etwas über den Bereich der unteren und oberen Toleranzgrenze festzulegen (USG und OSG). In diesem Beispiel wurde USG=15,15 und OSG=15,30 festgelegt. Fahren Sie mit der Maus über den Diagrammbereich und verwenden die rechte Maustaste mit der Option *Limit festlegen*.



Für den Fall, dass es auch eine untere Toleranzgrenze gibt, ist das gleich nochmal für die linke Seite durchzuführen. Der  $C_{pk}$  ist dann, wie unter Grundlagen beschrieben, der kleinere von beiden.

## Messsystemanalyse nach VDA-5

Öffnen Sie das Template Messsystemanalyse\_ANOVA+VDA5.vxg (Datei/Templates/Fähigkeitskennzahlen).



Fügen Sie die Daten über „Einfügen“ innerhalb der Sprechblache ein. Die Daten in der Zwischenablage müssen in dem gezeigten Format vorliegen (Spalte B => Messdaten; Spalte C => Teilenummer; Spalte D => Prüfer)

Tabelle

Datei Bearbeiten Diagramm Berechnen Statistik StatTemplates Format Hilfe

Arial 10

|    | A     | B       | C    | D      | E | F        | G        | H        | I | J       | K                     | L |
|----|-------|---------|------|--------|---|----------|----------|----------|---|---------|-----------------------|---|
|    | LfdNr | Messung | Teil | Prüfer |   | Normal 1 | Normal 2 | Normal 3 |   |         |                       |   |
| 1  | 1     | 30,0054 | 1    | A      |   | 30,0055  |          |          |   | 30,0054 | Referenzwert Normal 1 |   |
| 2  | 2     | 30,0054 | 2    | A      |   | 30,0054  |          |          |   |         | Referenzwert Normal 2 |   |
| 3  | 3     | 30,0054 | 3    | A      |   | 54       |          |          |   |         | Referenzwert Normal 3 |   |
| 4  | 4     | 30,0054 | 4    | A      |   | 53       |          |          |   |         |                       |   |
| 5  | 5     | 30,0054 | 5    | A      |   | 55       |          |          |   |         |                       |   |
| 6  | 6     | 30,005  | 6    | A      |   | 30,0054  |          |          |   |         |                       |   |
| 7  | 7     | 30,0049 | 7    | A      |   | 30,0053  |          |          |   |         |                       |   |
| 8  | 8     | 30,0056 | 8    | A      |   | 30,0053  |          |          |   |         |                       |   |
| 9  | 9     | 30,0054 | 9    | A      |   | 30,0054  |          |          |   |         |                       |   |
| 10 | 10    | 30,0057 | 10   | A      |   | 30,0054  |          |          |   |         |                       |   |
| 11 | 11    | 30,0055 | 1    | A      |   |          |          |          |   |         |                       |   |
| 12 | 12    | 30,0058 | 2    | A      |   |          |          |          |   |         |                       |   |
| 13 | 13    | 30,0054 | 3    | A      |   |          |          |          |   |         |                       |   |
| 14 | 14    | 30,0054 | 4    | A      |   |          |          |          |   |         |                       |   |
| 15 | 14    | 30,0054 | 4    | A      |   |          |          |          |   |         |                       |   |

Löschen Sie die Beispieldaten und geben Ihre Daten in die markierten Felder ein

Löschen Einfügen Einf.Special

<- Optional Messung an einem Normal

Nach der Eingabe weitere Daten für das „Normal“ und dessen Referenzwert ist das Makro zu starten (z.B. über F9)



## Beispiel ANOVA VDA 5 Seite 2

|                                |                          |            |
|--------------------------------|--------------------------|------------|
| Visual- XSel<br>www.crgraph.de | <b>Messsystemanalyse</b> | Seite 2/ 2 |
|--------------------------------|--------------------------|------------|

### ANOVA mit Wechselwirkungen

|                  | DF | SS        | MS        | F      | p-value     |
|------------------|----|-----------|-----------|--------|-------------|
| Teil             | 9  | 1,181E-05 | 1,313E-06 | 71,737 | 0,000       |
| Prüfer           | 2  | 3,640E-07 | 1,820E-07 | 9,947  | 0,001       |
| Teil*Prüfer      | 18 | 3,293E-07 | 1,830E-08 | 0,713  | nicht verw. |
| Wiederholbarkeit | 30 | 7,700E-07 | 2,567E-08 |        |             |
| Total            | 59 | 1,328E-05 |           |        |             |

### ANOVA ohne Wechselwirkungen

|                  | DF | SS        | MS        | F       | p-value |
|------------------|----|-----------|-----------|---------|---------|
| Teil             | 9  | 1,181E-05 | 1,313E-06 | 57,3083 | 0,000   |
| Prüfer           | 2  | 3,640E-07 | 1,820E-07 | 7,9466  | 0,001   |
| Wiederholbarkeit | 48 | 1,099E-06 | 2,290E-08 |         |         |
| Total            | 59 | 1,328E-05 |           |         |         |

$$\hat{u} = \sqrt{MS}$$

### VDA 5 / ISO 22514-7

|                             |                |        |  |           |
|-----------------------------|----------------|--------|--|-----------|
| Auflösung der Anzeige       | U RE           | 0,0289 |  |           |
| Wiederholbarkeit Normal     | U EVR          | 0,0738 |  |           |
| Standardunsicherheit (Bias) | U BI           | 0,0058 |  | Bi 0,0100 |
| Wiederholbarkeit Prüfobjekt | U EVO          | 0,1513 |  |           |
| Wiederholbarkeit Prüfer     | U AV           | 0,0892 |  |           |
| Wechselwirkung              | U IA           | 0,0000 |  |           |
| Messunsicherheit            | U MS           | 0,0001 |  |           |
| Messprozess                 | U MP           | 0,1758 |  |           |
| Eignungskennwert 4s         | %Q MP (95,45%) | 11,7   |  | Var. 20   |
| Eignungskennwert 6s         | %Q MP (99,73%) | 17,6   |  |           |
| Fähigkeitsindex             | C g            | 4,066  |  |           |
| (Bezug auf 4s, bzw. 95,45%) | C gk           | 3,998  |  |           |

