



Mess-System-Analyse



Prozessfähigkeit



Regelkarten

## Voraussetzung und verwandte Themen

Für diese Beschreibungen sind Grundlagen der Statistik und insbesondere der statistischen Verteilungen vorteilhaft. Weiterführende Themen sind:

[www.crgraph.de/Literatur](http://www.crgraph.de/Literatur)

[www.versuchsmethoden.de/Mess-System-Analyse.pdf](http://www.versuchsmethoden.de/Mess-System-Analyse.pdf)

[www.versuchsmethoden.de/Prozessdaten\\_Toleranzsimulation.pdf](http://www.versuchsmethoden.de/Prozessdaten_Toleranzsimulation.pdf)

[www.versuchsmethoden.de/Regelkarten.pdf](http://www.versuchsmethoden.de/Regelkarten.pdf)

**Stichworte:** Prozessfähigkeit – PFU – MFU - Cpk - Streuung - Mischverteilung

## Einführung

Die übergeordnete Begriff Prozessfähigkeit dient zur Beschreibung der aktuellen sowie der zukünftig zu erwartenden Leistung eines Prozesses. Man unterscheidet zwischen einer Kurzeitfähigkeit (Maschinenfähigkeit) und einer Langzeitfähigkeit (im eingeschränkten Sinn - Prozessfähigkeit).

## Ziel und Nutzen

Das Ziel ist es zu erkennen, ob ein Prozess für die Vorgaben geeignet ist. Hierzu ist eine Toleranzangabe notwendig, die den „Spielraum“ einer erlaubten Abweichung vom Sollwert vorgibt. Die Kennzahl der Prozessfähigkeit  $C_{pk}$  bezieht die Toleranz auf die Streuung des Prozesses. Wird die Prozessfähigkeit nicht erreicht, so muss entweder die Streuung reduziert, oder es müssen die Toleranzgrenzen erweitern werden. Hierzu ist es erforderlich, die möglichen Grenzen einer gewünschten Funktion zu kennen, ab der ein nicht mehr zulässiger Qualitätsverlust, oder sogar der Ausfall eine gewünschte Funktion gegeben ist.

## Grundlagen

Für den Bezug auf die Streuung wurde historisch festgelegt, dass 99,73% innerhalb der Toleranz liegen sollen, was  $\pm 3s$  bedeuten ( $s$  = Standardabweichung). Dies führt zu der allgemeinen Beziehung:

$$C_p = \frac{OSG - USG}{6 \cdot s} = \frac{T}{6 \cdot s}$$

mit

$USG$  ( $OTG$ ): untere Spezifikations- oder Toleranzgrenze

$OSG$  ( $UTG$ ): obere Spezifikations- oder Toleranzgrenze

$T$  : Toleranz =  $OSG - USG = OTG - UTG$

Die Anforderung war zu Beginn der Industrialisierung  $C_p \geq 1,0$ . Später wurden die Prozesse besser und man konnte  $\pm 4s$  einhalten, was bedeutet, dass 99,9937% der Prozessergebnisse (z.B. Teile) innerhalb der Toleranz liegen. Man hat jedoch den Bezug aus Gründen der Vergleichbarkeit auf  $\pm 3s$  belassen und dafür die Anforderung

$$C_p \geq 1,33$$

definiert. Zur Berücksichtigung einer Mittelwertverschiebung (Abweichung von der idealen Prozesslage), wird der Wert  $C_{pk}$  eingeführt, der immer schlechter oder gleich groß ist wie  $C_p$  ( $C_{pk} \leq C_p$ ). In der Regel gilt ein Prozess als fähig, wenn  $C_{pk} \geq 1,33$  ist.

# Prozessfähigkeit

Im folgendem werden für verschiedene Verteilungsformen die Beziehungen dargestellt:

## Normalverteilung

Die Normalverteilung ist anzuwenden, wenn Abweichungen vom Sollwert durch zufällige Einflüsse vorliegen, die additiv wirken. Es wird die bereits eingeführte Beziehung angewendet:

$$C_p = \frac{OSG - USG}{6 \cdot s} = \frac{T}{6 \cdot s}$$

$$C_{pu} = \frac{\bar{x} - USG}{3 \cdot s} \quad C_{po} = \frac{OSG - \bar{x}}{3 \cdot s}$$

$$C_{pk} = \text{Min}(C_{pu}; C_{po})$$

Ist der tatsächliche Mittelwert und die Standardabweichung bekannt, so ist  $\mu$  und  $\sigma$  anstelle von  $\bar{x}$  und  $s$  einzusetzen. Der  $C_{pk}$ -Wert kann über

$$C_{pk} = C_p (1 - |z|)$$

berechnet werden, mit

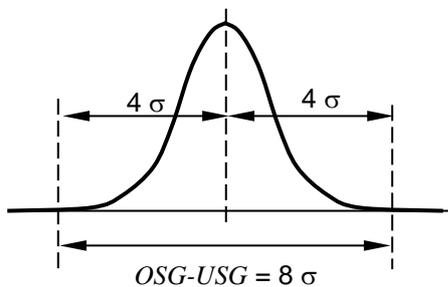
$$z = \frac{\bar{x} - (OSG + USG)/2}{(OSG - USG)/2}$$

für mittigen Sollwert

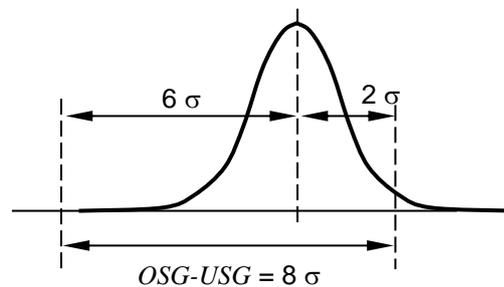
$$z = \frac{x_{soll} - \bar{x}}{(OSG - USG)/2}$$

für nicht mittigen Sollwert

Beispiele:



$$C_p = 1,33 \quad C_{pu} = 1,33 \quad C_{po} = 1,33 \quad C_{pk} = 1,33$$



$$C_p = 1,33 \quad C_{pu} = 2,0 \quad C_{po} = 0,67 \quad C_{pk} = 0,67$$

Der Vertrauensbereich ist definiert nach Rinne über:

$$C_p = C_p \left( 1 \pm \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2}^2; \nu}{n-1}} \right) \quad \text{mit } \nu = n-1$$

$$C_{pk} = C_{pk} \left( 1 \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{2(n-1)} + \frac{1}{c_{pk}^2 9n}} \right)$$

## Einseitig begrenzte Merkmale

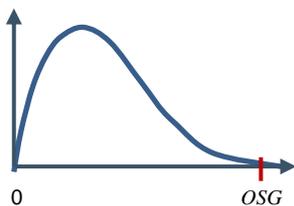
In einigen Fällen gibt es nur eine einseitige Spezifikationsgrenze, z.B. eine obere für abgasrelevante Kennwerte oder eine untere für Haltekräfte.

### Fall 1: Natürliche Grenzen vorhanden

Eine natürliche 0-Begrenzung liegt beispielsweise bei Rauigkeit, Rundheit, Ebenheit vor. Hier gibt es nur die Anforderung von *OSG*.

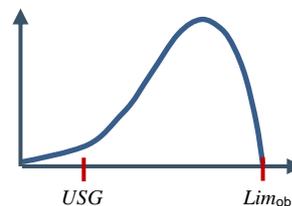
Das gleiche Prinzip ist gegeben, wenn es für eine untere Grenze ein physikalisches oberes Limit gibt, z.B. eine Sättigung bei  $Lim_{ob} = 100\%$  in einer flüssigen Lösung. Hier gibt es nur eine Anforderung nach *USG*. In der Regel sind solche Zusammenhänge nicht normalverteilt, was in den folgenden Abschnitten behandelt wird. Ist der „Arbeitspunkt“ jedoch weit von den natürlichen Grenzen entfernt, wird häufig vereinfacht mit der Normalverteilung gearbeitet. Die Beziehungen für beide Fälle sind dann:

Natürliche untere Grenze bei 0  
Einseitig obere Spezifikationsgrenze



$$C_{pk} = \frac{OSG}{6 \cdot s}$$

Natürliche obere Grenze  
Einseitig untere Spezifikationsgrenze

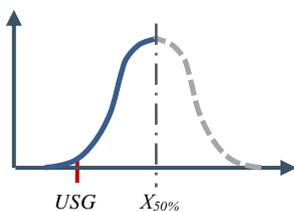


$$C_{pk} = \frac{Lim_{ob} - USG}{6 \cdot s}$$

### Fall 2: Anwendung bekannt oder Sollwert definiert

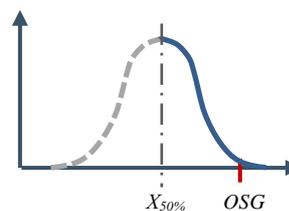
Gibt es Erfahrungswerte aus Prozessdaten und einen entsprechenden „Erwartungswert“  $x_{50\%}$ , oder einen Sollwert  $x_{soll}$ , so gilt der Ansatz nach der sogenannten Perzentil-Methode (siehe folgende Abschnitte), bzw. vereinfacht:

Einseitig obere Spezifikationsgrenze



$$C_{pk} = C_{pu} = \frac{X_{50\%} - USG}{3 \cdot s}$$

Einseitig untere Spezifikationsgrenze



$$C_{pk} = C_{po} = \frac{OSG - X_{50\%}}{3 \cdot s}$$

$X_{50\%}$  Erwartungswert des Prozesses

Der Erwartungswert  $X_{50\%}$  wird in den meisten Fällen aus dem Mittelwert der verwendeten Daten geschätzt. Im Fall einer Normalverteilung gilt:

$$x_{50\%} = \bar{x}$$

## Hinweise zu einigen Begriffen

In den vorherigen Kapiteln wurde der Sollwert verwendet. Daneben gibt es auch ein sogenanntes Nennmaß, ein in einer Spezifikation (Zeichnung, Prüfplan, Lastenheft, etc.) angegebenes Maß. Es bezieht sich auf die Abmaße (oder Grenzmaße). In vielen Fällen werden hier nur ganze Zahlen plus Toleranzangaben angegeben. So kann eine Toleranz auch einseitig ausgelegt sein. Zum Beispiel: 10 +0,15/+0,25. Ein Sollmaß ist ein Maß, das sich mittig zwischen den Grenzmaßen befindet. Im genannten Beispiel wäre es das Maß 10,2. Für statistische Auswertungen ist in den meisten Fällen dieser Wert als Erwartungswert relevant, was im vorherigen Kapitel beim Fall 2 so ist.

Beide Begriffe werden mitunter gleichbedeutend verwendet. Daher ist im Einzelfall zu prüfen, welcher Wert eingesetzt werden muss.

## Lognormalverteilung

Die Lognormalverteilung ist anzuwenden, wenn die Verteilung links einseitig begrenzt ist, nur positive Werte vorkommen und Abweichungen vom Sollwert durch zufällige Einflüsse entstehen, die multiplikativ wirken.

$$C_p = \frac{\ln(OTG) - \ln(UTG)}{6s_{\log}}$$

$$C_{pu} = \frac{\bar{x}_{\log} - \ln(UTG)}{3s_{\log}}$$

$$C_{pk} = \min(C_{pu}; C_{po})$$

$$C_{po} = \frac{\ln(OTG) - \bar{x}_{\log}}{3s_{\log}}$$

$$\bar{x}_{\log} = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \right)$$

$$s_{\log} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \bar{x}_{\log})^2}$$

Liegen die Einzelwerte nicht vor, so kann näherungsweise  $\bar{x}_{\log}$  und  $s_{\log}$  aus dem Mittelwert und der Standardabweichung der Normalverteilung mit

$$\bar{x}_{\log} \approx \ln(\bar{x}) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{s^2}{\bar{x}^2}\right) \quad s_{\log} \approx \ln\left(1 + \frac{s^2}{\bar{x}^2}\right)$$

berechnet werden.

## Betragsverteilung 1. Art

Diese ist anzuwenden wie bei der Normalverteilung, jedoch wenn die Verteilung einseitig begrenzt ist und nur positive Werte vorkommen können. Der Fähigkeitsindex wird über eine allgemeingültige Formel berechnet:

$$C_{pk} = \frac{1}{3} u_{1-p}$$

$p$  = Anteil außerhalb der oberen Spezifikationsgrenze und  $u$  die Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung.

Anstelle dieser Beziehung kann auch die weiter unten beschriebene Perzentil-Methode verwendet werden, was bei kleinen Überschreitungsanteilen  $p$  sinnvoll ist.

## Betragsverteilung 2. Art (Rayleigh-Verteilung)

Die Anwendung dieser Verteilungsart ist z.B. für eine Unwucht gegeben. Auch hier gilt die allgemeine Formel:

$$C_{pk} = \frac{1}{3} u_{1-p} \quad \text{mit} \quad p = e^{-\frac{\pi}{4} \left( \frac{OTG}{\mu_r} \right)^2}$$

## Verteilungsformen verschiedener Konstruktionsmerkmale

Die folgende Tabelle zeigt eine Übersicht, für welche Konstruktionsmerkmale welche Verteilung vorkommt:

- N : Normalverteilung
- B1 : Betragsnormal 1. Art
- B2 : Betragsnormal 2. Art

Merkmal	Symbol	Verteilg.
Längenmaß	—	N
Geradheit		B1
Ebenheit		B1
Rundheit		B1
Zylinderform		B1
Linienform		B1
Flächenform		B1
Rauheit		B1
Unwucht		B2
Parallelität	//	B1
Rechtwinkeligkeit		B1
Neigung / Winkeligkeit		B1
Position		B2
Koaxialität, Konzentrität		B2
Symmetrie		B1
Rundlauf		B1/B2
Planlauf		B1

## Verteilungsfreie Perzentil-Methode

Bei nicht bekannter Verteilung ist die so genannte Perzentil-Methode zu verwenden. Allgemein gilt:

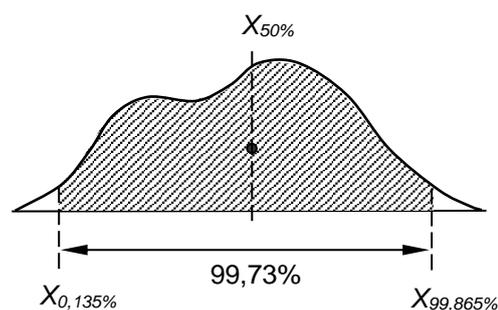
$$C_p = \frac{OTG - UTG}{X_{99,865\%} - X_{0,135\%}}$$

Für eine Normalverteilung entspricht der Nenner 6s. Für eine nicht normal verteilte Form kann der Bezugsbereich ermittelt werden, wie in der ISO/TR 12783 beschrieben.

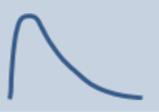
Analog zur Normalverteilung gilt:

$$C_{pu} = \frac{X_{50\%} - UTG}{X_{50\%} - X_{0,135\%}} \quad \text{und} \quad C_{po} = \frac{OTG - X_{50\%}}{X_{99,865\%} - X_{50\%}}$$

$$C_{pk} = \text{Min}(C_{pu}; C_{po})$$



## Übersicht der wichtigsten Verteilungen

	Normalverteilung	Betragsnormalvertlg. B1	Betragsnormalvertlg. B2	Log-Normalverteilung	Weibullverteilung	Mischverteilung
Form						
Beispiel	Geometrische Dimensionen z.B. Durchmesser, Länge, etc.	Einseitig begrenzte Merkmale z.B. Rundheit, Parallelität	Einseitig begrenzte Merkmale z.B. Unwucht, Koaxialität	Einseitig begrenzte Merkmale z.B. Planlauf	Einseitig begrenzte Merkmale, z.B. mit Zeitbezug	Vermengung von Prozessschwankungen, z.B. Maschinen, Chargen, etc.
Param.	2-parametrig (Gauß-Standard)	Negative Anteile werden bei $x=0$ gespiegelt	entspricht Weibull-Verteilung mit $b=2$	2-parametrig	2-, oder 3-parametrig	Nur 3-fach Mischverteilung auf Basis anteiliger Normalvertlg. zulässig
Berechnung	Berechnung analytisch über $\mu + \sigma$	Berechnung analytisch mit Faltung $< > 0$	Berechnung über Least-Square $\Delta y$	Berechnung analytisch über Median & Streufaktor	Berechnung über Least-Square $\Delta y$	Berechnung analytisch, Perzentilmethode
Formel	$C_p = \frac{OSG - USG}{6s}$	$C_{pk} = \text{Min} \left( \frac{X_{50\%} - USG}{X_{50\%} - X_{0,13\%}} ; \frac{OSG - X_{50\%}}{X_{99,865\%} - X_{50\%}} \right)$				

### Maschinenfähigkeitsuntersuchung (MFU)

Maschinenfähigkeitsuntersuchungen werden über einen kurzen Zeitraum durchgeführt. Damit gehen hier im Wesentlichen die Maschine und Methode ein. Einflüsse unterschiedlicher Materialien, Bediener oder Umgebungsbedingungen werden nicht berücksichtigt und sollen daher möglichst konstant sein. Die Formeln sind die gleichen, wie für die Prozessfähigkeit. Die Ergebnisse werden jedoch als  $C_m$  und  $C_{mk}$  bezeichnet. Empfohlener Stichprobenumfang ist 50 (Mindestumfang 20). Man spricht dabei auch von einer Kurzzeitfähigkeitsuntersuchung. Daraus resultiert auch die im Allgemeinen höhere Anforderung an die Maschinenfähigkeitskennwerte ( $C_m, C_{mk} \geq 1,67$ ).

Hinweis: Die Benennung  $C_m, C_{mk}$  ist in der neuen DIN/ISO Norm 21747 nicht mehr vorhanden, stattdessen werden die gleichen Benennungen  $P_p/P_{pk}$  oder  $C_p/C_{pk}$  verwendet.

Werden weniger Stichprobendaten, als die empfohlenen 50 verwendet, so gilt die Anforderung bezogen auf den unteren Vertrauensgrenzwert (Vertrauensbereich 95%, Tabelle analog VDI/VDE 2645):

$$C_{mk} \geq 1,67 \frac{\left(1 + \frac{1}{2n}\right) \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{n-1,\alpha}^2}}}{\left(1 + \frac{1}{2n_{soll}}\right) \sqrt{\frac{n_{soll}-1}{\chi_{n_{soll}-1,\alpha}^2}}}$$

mit  $n_{soll} = 50$

n	$C_{mk}$
20	1,93
25	1,85
30	1,79
35	1,75
40	1,72
45	1,69
50	1,67

## Prozessfähigkeitsuntersuchung (PFU)

Die Prozessfähigkeitsuntersuchung soll sich auf einen Beobachtungszeitraum von mindestens 20 Produktionstagen beziehen. So gehen Einflüsse der Maschine, des Materials, der Methode, des Bedieners und der Umgebung in die Betrachtung ein. Dabei zieht man in möglichst gleichmäßigen Intervallen Stichproben im Umfang von 3 – 5 x 25 Stichproben (Empfohlen sind  $n=125$ ). Zur Darstellung der Ergebnisse werden die Prozessfähigkeitskoeffizienten  $C_p$  und  $C_{pk}$  verwendet. Die Berechnung erfolgt nach den vorher dargestellten Beziehungen. Die wahren Werte unterliegen einer Zufallsstreuung, weshalb ein Gesamtstichprobenumfang von 125 empfohlen wird.

Für Stichprobenumfänge  $n < 125$  gilt die Anforderung bezogen auf den unteren Vertrauensgrenzwert (Vertrauensbereich 95%, Tabelle analog VDI/VDE 2645).

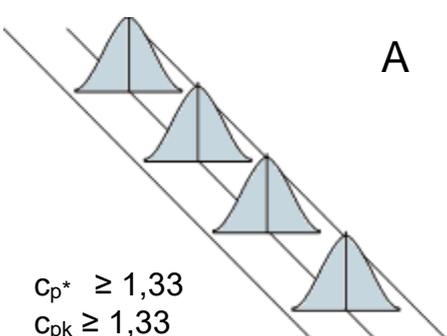
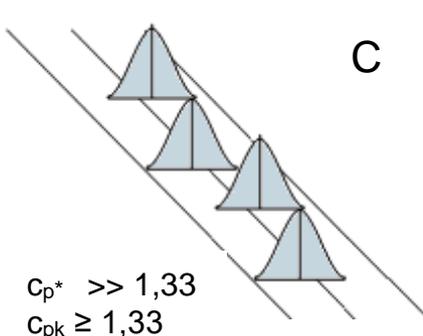
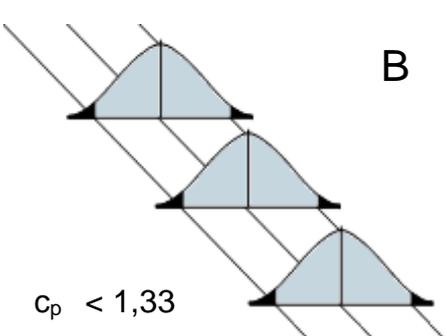
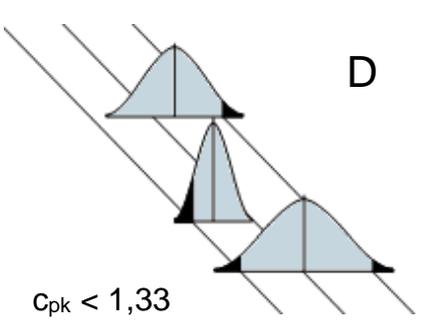
$$c_{pk} \geq 1,33 \frac{\left(1 + \frac{1}{2n}\right) \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{n-1, \alpha}^2}}}{\left(1 + \frac{1}{2n_{soll}}\right) \sqrt{\frac{n_{soll}-1}{\chi_{n_{soll}-1, \alpha}^2}}}$$

mit  $n_{soll} = 125$

n	$C_{pk} \geq$
20	1,67
25	1,59
30	1,54
40	1,48
50	1,44
60	1,41
70	1,39
80	1,37
100	1,35
125	1,33

## Stabile und beherrschte Prozesse

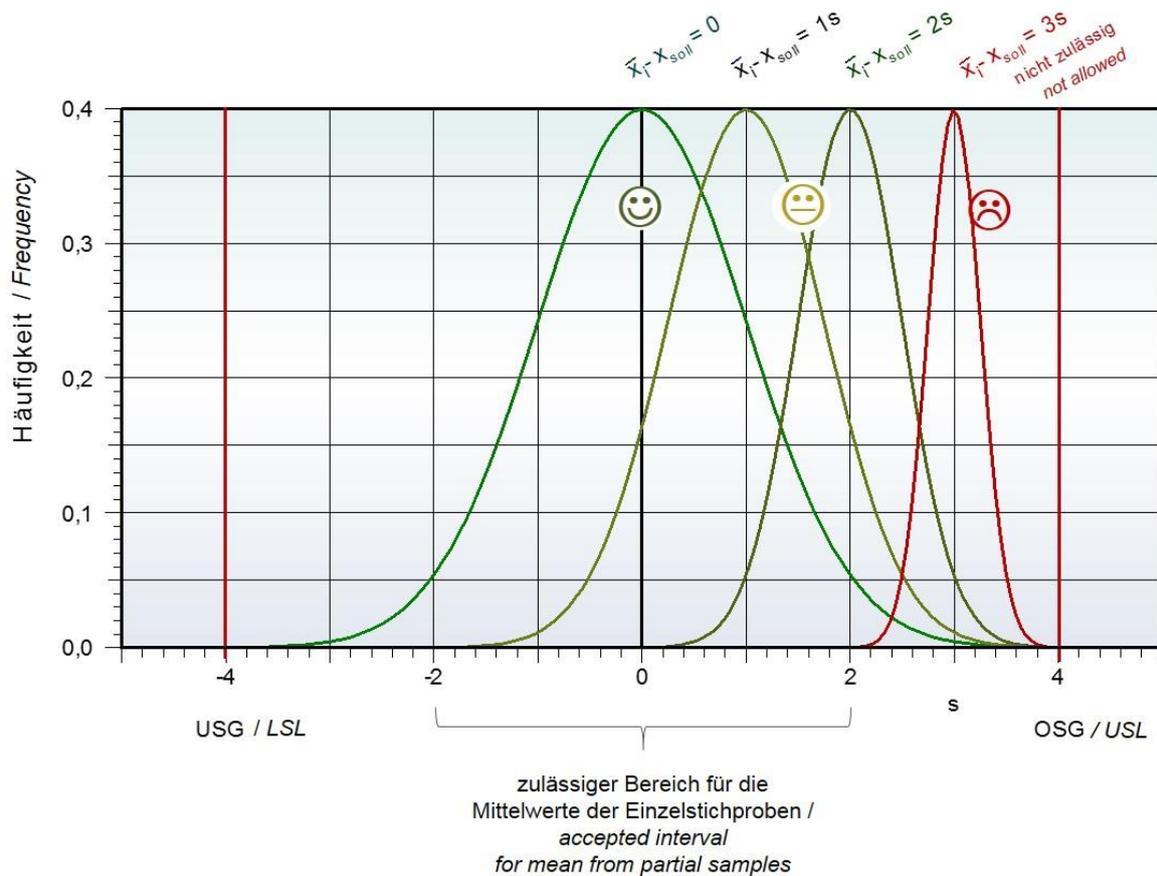
Neben der Prozessfähigkeit gibt es eine weitere Forderung. Der Verlauf der Prozessergebnisse muss über der Zeit möglichst stabil sein. Dies wird beschrieben durch die Mittelwerte von zeitlich aufeinanderfolgenden Einzelstichproben. Diese dürfen sich nicht zu stark verändern. In diesem Zusammenhang wird auch von einem beherrschten Prozess gesprochen. Die Einzelstichproben können sich vereinfacht in den folgenden möglichen Zuständen befinden:

	stabil	nicht stabil
fähig	 <p>A</p> <p><math>C_{p^*} \geq 1,33</math> <math>C_{pk} \geq 1,33</math></p>	 <p>C</p> <p><math>C_{p^*} \gg 1,33</math> <math>C_{pk} \geq 1,33</math></p>
nicht fähig	 <p>B</p> <p><math>C_p &lt; 1,33</math></p>	 <p>D</p> <p><math>C_{pk} &lt; 1,33</math></p>

Detailliertere Prozessmodelle sind der DIN ISO 22514-2 zu entnehmen. Zur Bestimmung dieser Zustände sind die Daten, z.B. aus der PFU oder aus Regelkarten, in Einzelstichproben chronologisch aufzuteilen.

Zustand A ist allen anderen vorzuziehen. Er weist den Prozess sowohl als fähig, sowie als stabil aus. Dieser Zustand muss erreicht werden, da er praktisch keinen Ausschuss liefert. Der Zustand C ist zwar fähig, aber nicht stabil bzw. nicht beherrscht, es besteht keine sichere Aussage über die künftige Fähigkeit. Eine dauerhaft einseitige Lage der Mittelwerte ist ebenfalls nicht erwünscht.

Um diese allgemeine Anforderung konkret zu definieren, wird folgender Vorschlag gemacht. Für zentrierte Prozesse, bei denen der Sollwert in der Toleranzmitte ist, gilt (siehe folgendes Bild): Liegen die Verteilungen der Einzelstichproben einseitig an der unteren oder oberen Toleranzgrenze, so darf der Mittelwert der Einzelstichproben hieraus maximal innerhalb  $\pm 25\%$  der Toleranzmitte liegen. Für eine normierte Betrachtung bedeutet das, eine maximale Mittelwertverschiebung von  $\pm 2s$  (die Standardabweichung  $s$  ist hier bezogen auf die PFU mit  $n = 125$ ). Zu beachten ist, dass dies nur für Prozesse mit einer unvermeidlichen Drift, wie z.B. den „Vorhalt“ eines Werkzeugverschleißes, anzuwenden ist. Ist hier  $C_p$  nicht genügend groß, so wird in der Regelkarte (häufig die Warngrenze überschritten und auch die Wahrscheinlichkeit einer Verletzung der Eingriffsgrenze steigt!



## Literatur

### Statistische Methoden der Qualitätssicherung

Horst Rinne, Hans-Joachim Mittag

Hanser, München/Wien 2002, ISBN 3-446-15503-1.

### Handbuch Qualitätsmanagement

Masing

Hanser, München, ISBN 978-3-446-40752-7

### VDA Band 5 Prüfprozesseignung

Verband der Automobilindustrie e.V. VDA – QMC

2. Auflage, Frankfurt 2010, ISSN 0943-9412

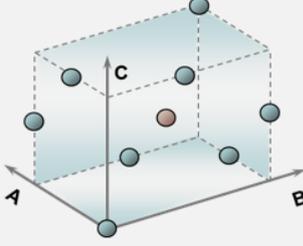
## Weiterführende Beschreibungen

Ausführliche softwareunabhängige Beschreibungen u.a. zum Thema DoE und der dazugehörigen Auswertungen gibt es im

### Taschenbuch der statistischen Qualitäts- und Zuverlässigkeitsmethoden

**Definitive Screening Designs DSD**

Sogenannte Definitive Screening Designs sind sehr neu von Jones und Nachtshiem entwickelte Versuchspläne mit sehr geringem Versuchsumfang. Sie ermöglichen die Auswertung von quadratischen Modellen und basieren deshalb auf 3 Stufen. Zwischen den Hauptfaktoren untereinander und den quadratischen Termen gibt es keine Vermengung (orthogonal). Die Wechselwirkungen sind nicht zu 100% vermengt.



Nr	A	B	C	D
1	0	1	-1	-1
2	0	-1	1	1
3	-1	0	-1	1
4	1	0	1	-1
5	-1	-1	0	-1
6	1	1	0	1
7	-1	1	1	0
8	1	-1	-1	0
9	0	0	0	0

In der generischen Erzeugung dieser Versuchspläne (iterativ mit Hilfe der Determinante) ergibt sich regulär die Anzahl Versuche mit  $n = 2^p + 2$ . Manche Pläne, z.B. für  $p=5$  sind dann allerdings teilweise zwischen den Hauptfaktoren vermengt. Hier müssen bis zu 3 Versuchszeilen ergänzt werden. Der Gesamtumfang ergibt sich somit zu:

$$n = 2^p + 2 + (1..3)$$

Alle Faktoren müssen durchgehend auf 3 Stufen sein und es lassen sich keine kategorialen Faktoren darstellen. Nachteilig ist auch, dass keine Auswertung aller möglichen



Weitere Informationen und Leseproben:  
[crgraph.de/Literatur](http://crgraph.de/Literatur)

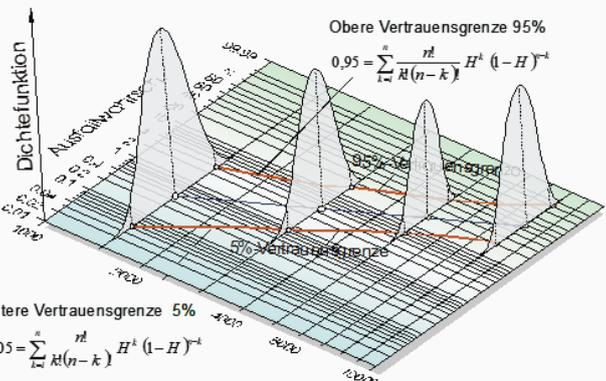
Speziell das Buch

### Weibull & Zuverlässigkeitsmethoden

vertieft anwendungsbezogen die Statistiken und Methoden rund um Weibull und aller weiteren Verteilungen. Die Versuchsplanung behandelt hier spezielle Lebensdauerfragen aufgrund unterschiedlicher Belastungen, Temperaturen, etc.

**2.5.1 Vertrauensbereich der Weibull-Gerade**

Bei der Weibull-Auswertung handelt es sich praktisch immer um eine Stichprobe. Die Gerade im Weibull-Diagramm entspricht also nur der Stichprobe. Je mehr Teile geprüft oder ausgewertet werden, desto mehr streuen die „Punkte“ um die Weibull-Gerade. Man kann statistisch eine Abschätzung über den Bereich der Grundgesamtheit machen. Hierfür wird ein sogenannter „Vertrauensbereich“ eingeführt. In der Regel gibt man diesen mit 90% an. Die obere Vertrauensgrenze entspricht dann einer Aussagewahrscheinlichkeit von  $P_A=95\%$ .



Obere Vertrauensgrenze 95%

$$0,95 = \sum_{i=1}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} H^i (1-H)^{n-i}$$

Untere Vertrauensgrenze 5%

$$0,05 = \sum_{i=1}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} H^i (1-H)^{n-i}$$


Weitere Informationen und Leseproben:  
[crgraph.de/Literatur](http://crgraph.de/Literatur)



## Software – Literatur – Consulting – Schulungen

---



### Software

Unsere Software **Visual-XSeI** ist ein leistungsfähiges Tool für alle wichtigen statistischen Qualitäts- und Zuverlässigkeitsmethoden. Nicht umsonst ist diese Software in vielen großen Firmen im Einsatz – [crgraph.de/Referenzen](https://www.crgraph.de/Referenzen).



Weitere Informationen zum aktuellen Thema finden Sie auf den nächsten Seiten oder unter [crgraph.de/Versionen](https://www.crgraph.de/Versionen)

---



### Eigene Literatur

Unser **Taschenbuch der statistischen Qualitäts- und Zuverlässigkeitsmethoden** beinhaltet weiterführende Themen, z.B. zu Systemanalysen, Weibull- und Zuverlässigkeitsmethoden, Versuchsplanung und Datenauswertung, sowie zur Mess-System-Analyse und Prozessfähigkeit.



Weitere Informationen finden Sie unter [crgraph.de/Literatur](https://www.crgraph.de/Literatur)

---



### Consulting & Schulungen & Six Sigma

Bei unseren Inhouse- oder Online-Schulungen wird die praxisnahe Anwendung von statistischen Methoden vermittelt. Wir haben über 20 Jahre Erfahrung, insbesondere in der Automobilindustrie und unterstützen Sie bei Ihren Problemstellungen, führen Auswertungen für Sie durch, oder erstellen firmenspezifische Auswertevorlagen.



Weitere Informationen finden Sie unter [crgraph.de/Schulungen](https://www.crgraph.de/Schulungen)

---



### Hotline

Haben Sie noch Fragen, oder Anregungen? Wir stehen Ihnen gerne zur Verfügung:

Tel. +49 (0)8151-9193638

e-mail: [info@crgraph.de](mailto:info@crgraph.de)

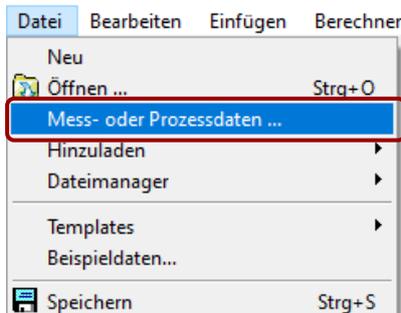
Besuchen Sie uns auf unserer Home-Page: [www.crgraph.de](https://www.crgraph.de)



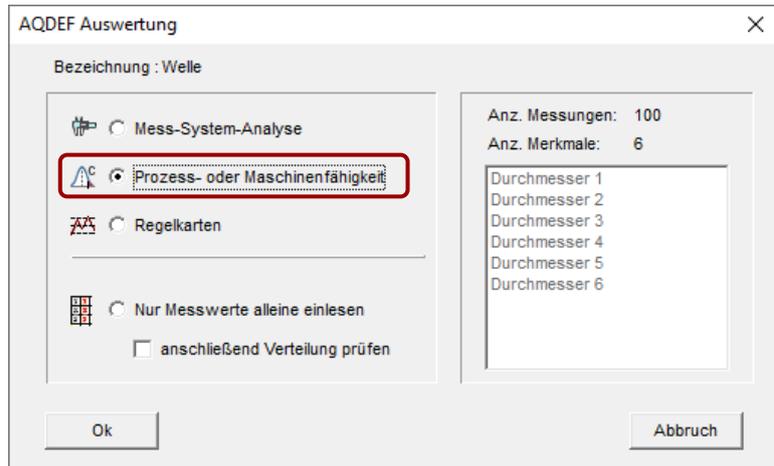
# Prozessfähigkeit

Gibt es jedoch Kenntnis darüber, dass das Merkmal z.B. eine Rundheit ist, so sollte unabhängig vom p-value die Betragsnormalverteilung stattdessen gewählt werden.

In Version 17.0 gibt es einen neuen Menüpunkt für das Einlesen von Daten im AQDEF® Format (<https://www.q-das.com/de/service/datenformat-aqdef>).



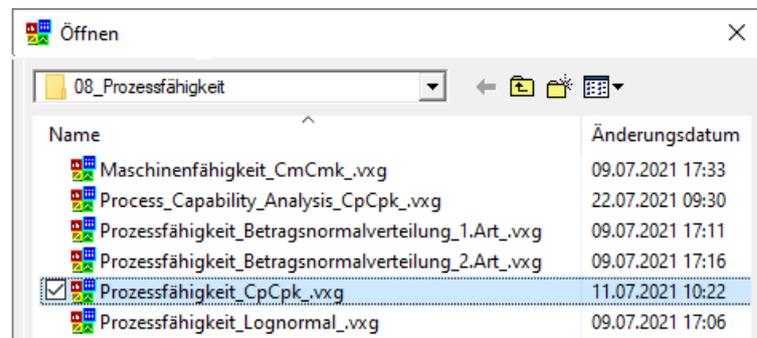
Nach dem Laden kann man die gewünschte Methode auswählen:



Bei Verwendung der ersten drei Optionen lässt sich ein passendes Template laden. Nur Templates mit einem Unterstrich \*\_vxd verwenden das AQDEF®-Format.

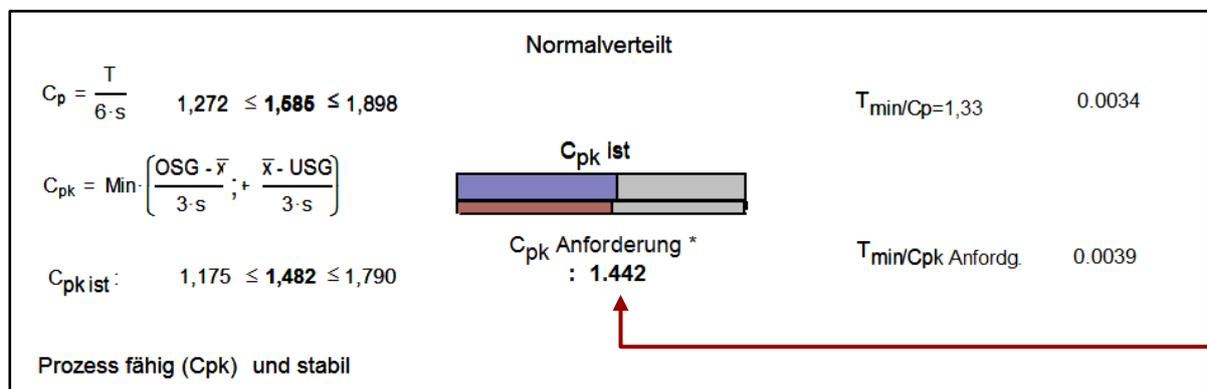
Beinhaltet die Datei mehrere Merkmale, so lassen sich diese nach Start des Makros auswählen.

Nach dem Laden der Daten ist die gewünschte Auswertung zu wählen, hier z.B. die Prozessfähigkeit\_CpCpk.vxd.



Die Auswertung wird bei Templates mit einem Unterstrich \*\_vxd automatisch gestartet. Entsprechende Sprechblasen führen durch die weiteren Schritte.

Die Ergebnisse sind hier z.B. im Hauptfenster



Wenn ein Vertrauensbereich gewählt wurde, ergibt sich eine höhere Cpk-Anforderung, wenn die Datenbasis hier n<125 ist.

# Prozessfähigkeit

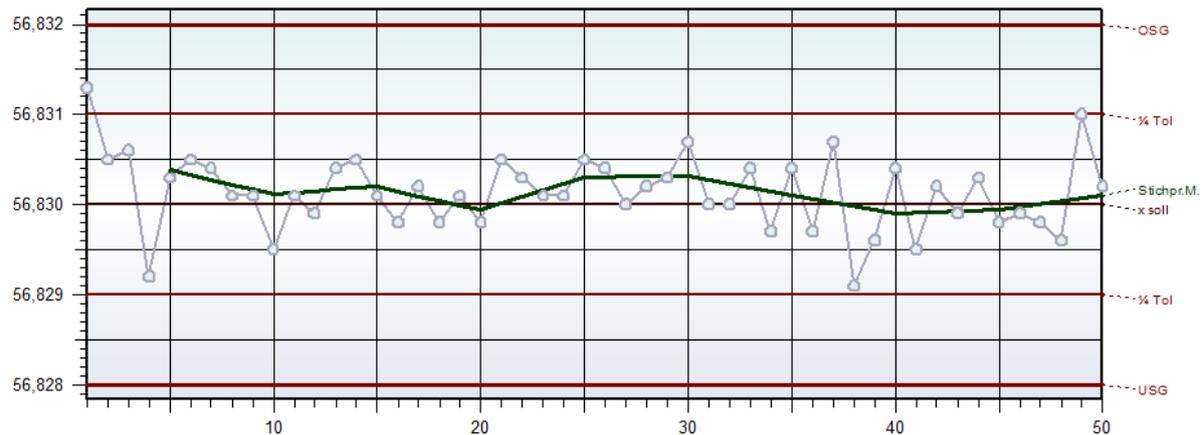
Hinweis: Der Vertrauensbereich von  $C_{pk}$  ist nicht mit dem Vertrauensgrenzwert der Anforderung nach VDI/VDE 2645 zu verwechseln.

Auf der rechten Seite wird eine minimale Toleranz angezeigt, die notwendig ist, um genau die Anforderung zu erfüllen. Wird die Prozessfähigkeit nicht erreicht, hat man damit die Möglichkeit die Toleranz zu erweitern, sofern das für die Funktion des Merkmales möglich ist.

## Stabiler Prozess

Der Zusatz „stabil“ aus der Analyse des Zeitverlaufes der Stichproben, der auf Seite 2 dargestellt ist.

Verlauf der Stichproben-Mittelwerte innerhalb  $\pm \frac{1}{4}$  Toleranz

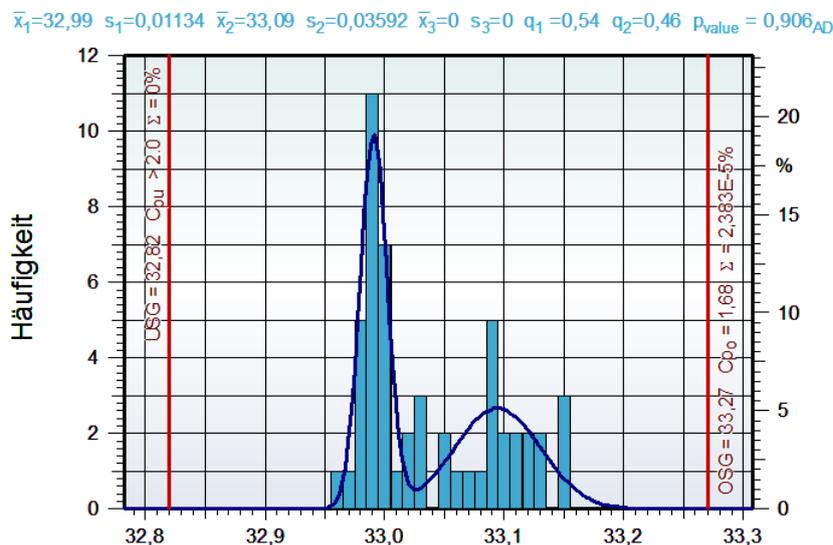


Der Verlauf der Mittelwerte, hier jeweils aus 5 Werten bestimmt, liegt deutlich innerhalb von  $\pm \frac{1}{4}$  der Toleranz, womit nach eingangs beschriebener Definition der Prozess als stabil gilt.

Hinweis: Diese Betrachtung ist nur möglich bei mittenzentrierten Prozessen.

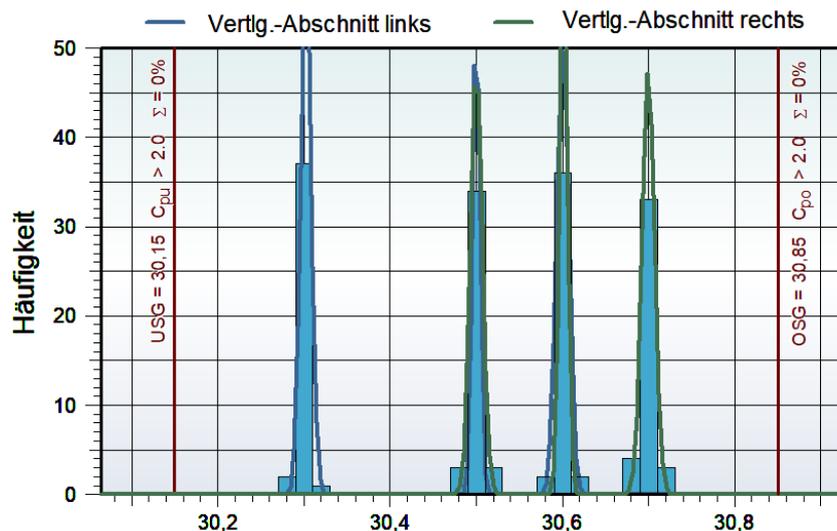
## Mischverteilung

Ist der Prozess nicht stabil, ergibt sich in der Gesamtstichprobe eine Mischverteilung. Diese ist anzuwenden, wenn die Hypothese auf Normalverteilung abgelehnt wird, aber auch keine Betragnormalverteilung oder Weibull-Verteilung vorliegt. Die entsprechende Vorlage ist: *Prozessfähigkeit\_Mischverteilung.vxg*. Das folgende Beispiel zeigt eine 2-fach Mischverteilung:



# Prozessfähigkeit

Gibt es mehr als 3 vermengte Verteilungen, so ermöglicht das Template eine Aufteilung von jeweils 3 Verteilungen zum linken und rechten Rand.



Dies erlaubt eine direkte Abbildung von beliebig vermengten Verteilungen. Da aber nur die Randbereiche für die Prozessfähigkeit maßgebend sind, wird der innere Bereich nur „überbrückt“. Die Funktion läuft dann nur optisch im mittleren Bereich nicht mehr ideal über alle „Berge“ und „Täler“.

Eine Alternative ist die verteilungsfreie Berechnung über die sogenannte Perzentil-Methode (Template *Prozessfähigkeit\_verteilungsfrei.vxg*). Hier werden die Daten nur in den Randbereichen an eine transformierte Weibull-Verteilung angepasst.

Evtl. gibt es firmenspezifische Vorgaben, dass nur die Mischverteilung anzuwenden ist.

## Schnelltest für mehrere Merkmale

Um mehrere Merkmale gleichzeitig prüfen zu können gibt es u.a. das Template *Prozessfähigkeit\_Cpk\_Schnelltest.vxg* (*Datei/Template/Prozessfähigkeit...*, oder Ikone Prozessfähigkeit des Startbildes).

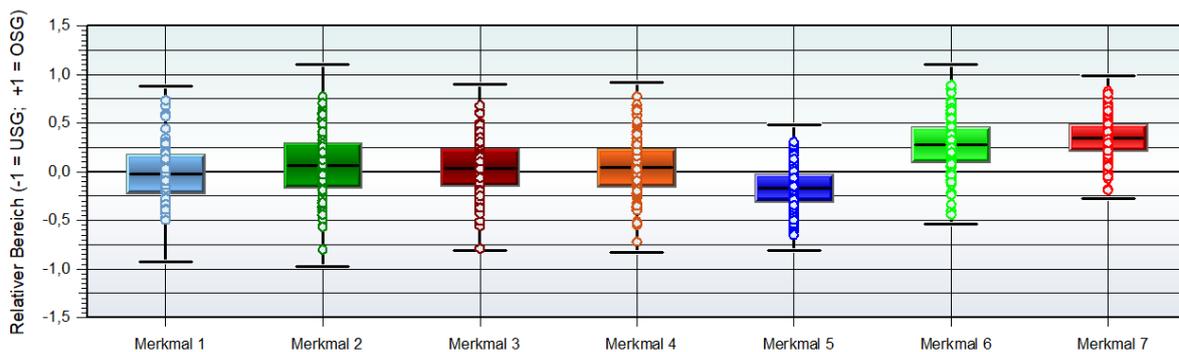
Nutzen Sie auch hier die Option Einfügen der Sprechblase. Die Beispieldaten werden dabei vorher automatisch gelöscht.

	A	B	C	D	E	F
1		Merkmal 1	Merkmal 2	Merkmal 3	Merkmal 4	Merkmal 5
2	OSG	15,3	15,3	15,3	15,3	15,3
3	USG	15,05	15,05	15,05	15,05	15,05
4	1					
5	2					
6	3					
7	4					
8	5	15,192	15,161	15,148	15,165	15,137
9	6	15,161	15,101	15,161	15,119	15,117

Oberhalb der Daten müssen die Toleranzgrenzen für jedes Merkmal definiert werden.

Nach der Befüllung der Daten ist das Makro mit F9 zu starten. Es wird empfohlen die Option des Vertrauensbereiches für  $C_{pk}$  zu wählen (siehe vorherige Beschreibungen).

Die Datenspalten werden über normiert Boxplots dargestellt, d.h. die Werte werden auf den Bereich OSG-USG bezogen. Dadurch können unterschiedliche Einheiten und Wertebereiche nebeneinander verglichen werden.

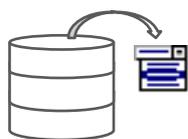


	Mittelw	s	USG	OSG	Min	Max	Cp	Cpk	Cpk limit*	p-value	n
Merkmal 1	15,172	0,0378	15,050	15,300	15,113	15,267	1,104	1,081	1,442	0,187	50
Merkmal 2	15,183	0,0433	15,050	15,300	15,075	15,271	0,963	0,903	1,354	0,697	100
Merkmal 3	15,180	0,0355	15,050	15,300	15,076	15,260	1,175	1,125	1,333	0,485	125
Merkmal 4	15,180	0,0364	15,050	15,300	15,085	15,272	1,144	1,095	1,333	0,638	125
Merkmal 5	15,155	0,0269	15,050	15,300	15,094	15,213	1,550	1,298	1,333	0,877	125
Merkmal 6	15,210	0,0342	15,050	15,300	15,120	15,286	1,217	0,874	1,333	0,938	125
Merkmal 7	15,219	0,0264	15,050	15,300	15,151	15,279	1,579	1,023	1,333	0,959	125

Sollten ein oder mehrere Merkmale nicht normalverteilt sein (Spalte p-values < 0,05), so müssen hier für jede Spalte alternative Verteilungen manuell ausgewählt werden. Markieren Sie hierzu die jeweiligen Datenspalten ohne die OSG/USG Angaben und öffnen den Menüpunkt *Statistik/Statistische Verteilungen/Schnelltest Verteilungen...*

## Automatische Auswertung über eine Datenbank

Da folgende Prinzip zeigt die notwendigen Schritte, um die in einer firmenspezifischen Datenbank befindlichen Messwerte auszuwerten. Voraussetzung ist, dass diese im AQDEF® Format exportiert werden:



Auswahl der Messungen eines Merkmals aus der Datenbank



Export der Daten als AQDEF file \*.qdf (kompletter Pfad)



Starten von Visual-XSel 17.0 mit gewünschter Analyse und Dateinamen, z.B.

**Execute** ⇒ **C:\Apps\XSel17\XSel17.exe** **ICPKFile.qdf**

spezifischer Befehl zum Starten von Anwendungen

Ort von XSel17

Kennung für PFU\*

Leerzeichen

mögliche Befehle

- \MSA1 : Messsystemanalyse\_Verfahren1\_CgCgk\_.vxd
- \MSA4 : Messsystemanalyse\_ANOVA\_MSA4\_.vxd
- \VDA5 : Messsystemanalyse\_ANOVA\_VDA5\_.vxd
- \CMK : Maschinenfähigkeit\_CmCmk\_.vxd
- \CPK : Prozessfähigkeit\_CpCpk\_.vxd
- \CB1 : Prozessfähigkeit\_Betragsnormalverteilung\_1.Art\_.vxd
- \CB2 : Prozessfähigkeit\_Betragsnormalverteilung\_2.Art\_.vxd
- \CPW : Prozessfähigkeit\_Weibull\_.vxd
- \CPL : Prozessfähigkeit\_Lognormal\_.vxd
- \PPK : Prozessfähigkeit\_vorläufig\_PpPpk\_.vxd
- \RKX : Regelkarte\_x\_.vxd
- \RKS : Regelkarte\_x\_s\_.vxd

\* hier kein Leerzeichen